第1問

解答記号	正解	配点
ア	3	2
イ	2	2
ウエ	62	2
オカ	21	1
キ	9	2
ク	1	1
ケ	3	1
コサ	19	2
シス	21	2
		15点

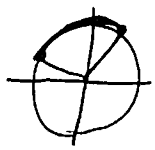
(1) $\sin\frac{\pi}{\boxed{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ であるから

$$y = \sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta \qquad \left(0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= 2\left(\frac{1}{2}\sin\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta\right)$$

$$= 2\left(\sin\theta\cos\frac{\pi}{3} + \cos\theta\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \underset{イ}{\boxed{2}}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$$



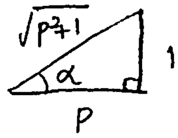
$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ より $\frac{\pi}{3} \leqq \theta + \frac{\pi}{3} \leqq \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{5}{6}\pi$ より

$\theta + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$ つまり $\theta = \frac{\pi}{\underset{ウ}{\boxed{6}}}$ で y は最大値 $\underset{エ}{\boxed{2}}$ をとる

(2) $y = \sin\theta + p\cos\theta \quad \left(0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}\right)$ は

i) $p = 0$ のとき $y = \sin\theta$ より $\theta = \frac{\pi}{\underset{オ}{\boxed{2}}}$ で 最大値 $\underset{カ}{\boxed{1}}$ をとる

ii) $p > 0$ のときは $y = \sqrt{p^2+1}\left(\frac{1}{\sqrt{p^2+1}}\sin\theta + \frac{p}{\sqrt{p^2+1}}\cos\theta\right)$



$$= \sqrt{p^2+1}\left(\cos\theta\cos\alpha + \sin\theta\sin\alpha\right)$$

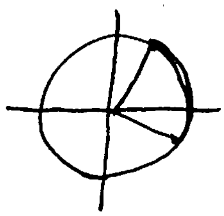
$$= \underset{キ⑨}{\boxed{\sqrt{p^2+1}}}\cos(\theta - \alpha) \text{ となる}$$

$\left(\text{但し, } \sin\alpha = \frac{\overset{ク①}{\boxed{1}}}{\sqrt{p^2+1}},\ \cos\alpha = \frac{\overset{ケ③}{\boxed{p}}}{\sqrt{p^2+1}}\right)$

このとき $0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ より $-\alpha \leqq \theta - \alpha \leqq \frac{\pi}{2} - \alpha$ だから

$\theta - \alpha = 0$ のとき, つまり $\theta = \underset{コ①}{\boxed{\alpha}}$ で

最大値 $\boxed{\sqrt{p^2+1}}$ サ⑨ をとる



iii) $p < 0$ のときは $0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ で

$\sin\theta$ も $p\cos\theta$ も 単調増加 だから

$y = \sin\theta + p\cos\theta$ も 単調増加

よって $\theta = \underset{シ②}{\boxed{\frac{\pi}{2}}}$ で 最大値 をとり, その値は

$\sin\frac{\pi}{2} + p\cos\frac{\pi}{2} = \underset{ス①}{\boxed{1}}$ となる

(1) $f(x)=\dfrac{2^x+2^{-x}}{2}$, $g(x)=\dfrac{2^x-2^{-x}}{2}$ のとき

$f(0)=\dfrac{2^0+2^0}{2}=\dfrac{1+1}{2}=\underset{セ}{\boxed{1}}$, $g(0)=\dfrac{2^0-2^0}{2}=\dfrac{1-1}{2}=\underset{ソ}{\boxed{0}}$ である

また、$2^x>0$, $2^{-x}>0$ より 相加相乗平均の関係から

$f(x)=\dfrac{2^x+2^{-x}}{2}\geqq\sqrt{2^x\cdot2^{-x}}=1$.

(等号は $2^x=2^{-x}$ のとき、つまり $x=-x$ より $x=0$ のとき)

となるから $f(x)$ は $x=\underset{タ}{\boxed{0}}$ で最小値 $\underset{チ}{\boxed{1}}$ をとる

$g(x)=-2$ をとくと $\dfrac{2^x-2^{-x}}{2}=-2$ より

$2^x-2^{-x}=-4$.

両辺に 2^x かけて

$(2^x)^2-1=-4\cdot2^x$ より

$(2^x)^2+4\cdot2^x-1=0$

よって $2^x=-2\pm\sqrt{5}$ であるが $2^x>0$ より

$2^x=-2+\sqrt{5}$

ゆえに $x=\log_2(\sqrt{\underset{ツ}{\boxed{5}}}-\underset{テ}{\boxed{2}})$ となる

解答記号	正解	配点
セ	1	1
ソ	0	1
タ	0	1
チ	1	1
ツテ	52	2
ト	0	1
ナ	3	1
ニ	1	2
ヌ	2	2
ネ	1	3
		15点

(2) $f(-x)=\dfrac{2^{-x}+2^x}{2}=\underset{ト⓪}{\boxed{f(x)}}$ より、これは x の恒等式

$g(-x)=\dfrac{2^{-x}-2^x}{2}=-\dfrac{2^x-2^{-x}}{2}=\underset{ナ③}{\boxed{-g(x)}}$ より、これも x の恒等式

$\{f(x)\}^2-\{g(x)\}^2=\dfrac{(2^x+2^{-x})^2}{4}-\dfrac{(2^x-2^{-x})^2}{4}$

$=\dfrac{(4^x+4^{-x}+2)-(4^x+4^{-x}-2)}{4}=\dfrac{4}{4}=\underset{ニ}{\boxed{1}}$ より、これも x の恒等式

$f(x)\cdot g(x)=\dfrac{(2^x+2^{-x})(2^x-2^{-x})}{4}=\dfrac{4^x-4^{-x}}{4}$ より

$g(2x)=\dfrac{2^{2x}-2^{-2x}}{2}=2\times\dfrac{4^x-4^{-x}}{4}=\underset{ヌ}{\boxed{2}}f(x)g(x)$ は x の恒等式である

$$\begin{cases} f(\alpha-\beta)=f(\alpha)g(\beta)+g(\alpha)f(\beta) & \text{—(A)} \\ f(\alpha+\beta)=f(\alpha)f(\beta)+g(\alpha)g(\beta) & \text{—(B)} \\ g(\alpha-\beta)=f(\alpha)f(\beta)+g(\alpha)g(\beta) & \text{—(C)} \\ g(\alpha+\beta)=f(\alpha)g(\beta)-g(\alpha)f(\beta) & \text{—(D)} \end{cases}$$

で $\beta=0$ を代入すると $f(0)=1$, $g(0)=0$ より

((A)の右辺) $=f(\alpha)g(0)+g(\alpha)f(0)=f(\alpha)\times0+g(\alpha)\times1=g(\alpha)\neq$ ((A)の左辺)

((B)の右辺) $=f(\alpha)f(0)+g(\alpha)g(0)=f(\alpha)\times1+g(\alpha)\times0=f(\alpha)=$ ((B)の左辺)

((C)の右辺) $=f(\alpha)f(0)+g(\alpha)g(0)=f(\alpha)\times1+g(\alpha)\times0=f(\alpha)\neq$ ((C)の左辺)

((D)の右辺) $=f(\alpha)g(0)-g(\alpha)f(0)=f(\alpha)\times0-g(\alpha)\times1=-g(\alpha)\neq$ ((D)の左辺)

よって $\underset{ネ①}{\boxed{(B)}}$ 以外の3つはなりたたない

第2問

(1) $\begin{cases} y = 3x^2+2x+3 & \text{—— ①} \\ y = 2x^2+2x+3 & \text{—— ②} \end{cases}$

$x=0$ でどちらも $y=3$ より y 切片は $\boxed{3}$ ア

① において $y' = 6x+2$

② において $y' = 4x+2$ なのでどちらも $x=0$ で $y'=2$

よって ①② の $(0,3)$ での接線は $y = \boxed{2}x + \boxed{3}$ イ ウ

下の ⓪～⑤ のうち $(0,3)$ を通るものは ③④⑤、このうち $x=0$ で $y'=2$ になるものは ④ のみ

⓪ $y=3x^2-2x-3$	① $y=-3x^2+2x-3$
② $y=2x^2+2x-3$	③ $y=2x^2-2x+3$
④ $y=-x^2+2x+3$	⑤ $y=-x^2-2x+3$

よって $\boxed{④}$ が正解 エ

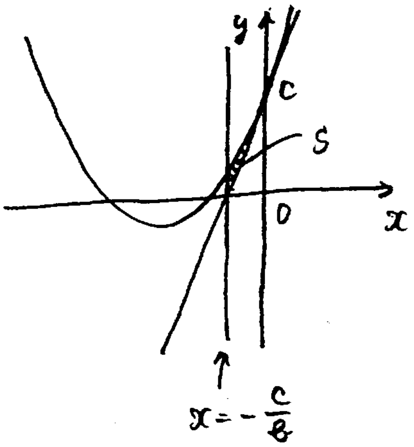
$y=ax^2+bx+c$ 上の点 $(0, \boxed{c})$ オ における接線を ℓ とすると

$y'=2ax+b$ より $x=0$ で $y'=b$ だから

ℓ は $y=\boxed{b}x+\boxed{c}$ カ キ となる

ℓ と x 軸との交点は $y=0$ 代入して $bx+c=0$ より $x=\boxed{\dfrac{-c}{b}}$ ケ コ

a, b, c が正のとき $y=ax^2+bx+c$ と ℓ と $x=-\dfrac{c}{b}$ で囲まれた部分の面積 S は



$x=-\dfrac{c}{b}$

$$S=\int_{-\frac{c}{b}}^{0}\{(ax^2+bx+c)-(bx+c)\}\,dx$$

$$=\int_{-\frac{c}{b}}^{0} ax^2\,dx$$

$$=\left[a\times\frac{x^3}{3}\right]_{-\frac{c}{b}}^{0} = -a\times\frac{1}{3}\times\left(-\frac{c^3}{b^3}\right)$$

$$=\frac{ac^{\boxed{3}}}{\boxed{3}b^{\boxed{3}}}$$ サ シ ス となる

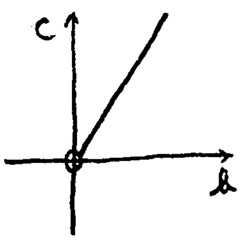
ここで $a=1$ とすると $S=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{c}{b}\right)^3$ である

このとき $c^3=S\times 3b^3$ で b, c 実数だから

$c=\sqrt[3]{3S}\times b$ であり S は一定だから

$c=kb$ （k は正の定数）となるので

左のグラフのようになるので $\boxed{セ}$ は ⓪



(2) $\begin{cases} y = 4x^3 + 2x^2 + 3x + 5 & —④ \\ y = -2x^3 + 7x^2 + 3x + 5 & —⑤ \\ y = 5x^3 - x^2 + 3x + 5 & —⑥ \end{cases}$ において、それぞれ

$\begin{cases} y' = 12x^2 + 4x + 3 \\ y' = -6x^2 + 14x + 3 \\ y' = 15x^2 - 2x + 3 \end{cases}$ となるから $x = 0$ でいずれも $y' = 3$

また ④⑤⑥ はすべて $(0, \overset{ソ}{\boxed{5}})$ を通るから、その点での接線は $y = \underset{タ}{\boxed{3}}x + \underset{チ}{\boxed{5}}$

a, b, c, d がいずれも 0 でないとき

$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ は $(0, \overset{ツ}{\boxed{d}})$ を通り

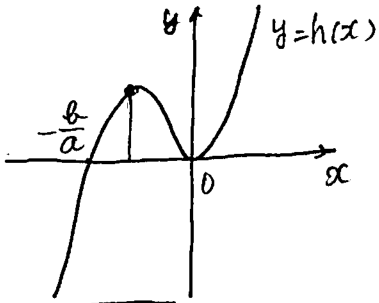
$y' = 3ax^2 + 2bx + c$ より $x = 0$ で $y' = c$ であることから

$(0, d)$ での接線は $y = \underset{テ}{\boxed{c}}x + \underset{ト}{\boxed{d}}$ となる

次に $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $g(x) = cx + d$ とすると

$h(x) = f(x) - g(x)$ のとき $h(x) = ax^3 + bx^2 = ax^2\left(x + \frac{b}{a}\right)$ より

$y = h(x)$ のグラフの概形は下のようになるので $\boxed{ナ}$ は ②



$y = f(x)$ と $y = g(x)$ の共有点の x 座標は

$h(x) = 0$ より $x = \underset{ノ}{\boxed{0}}, \boxed{\frac{-b}{a}}$ ニヌ ネ

また $-\frac{b}{a} \leqq x \leqq 0$ で

$|f(x) - g(x)| = |h(x)|$ が最大となるときは

$h(x)$ の極値のときであるから

$h'(x) = 3ax^2 + 2bx$

$= 3ax\left(x + \frac{2b}{3a}\right)$ より

$x = \boxed{\frac{-2b}{3a}}$ ハヒフ ヘホ のときである

解答記号	正解	配点
ア	3	1
イウ	23	2
エ	4	2
オ	c	1
カキ	bc	2
クケコ	−cb	1
サシス	333	4
セ	0	3
ソ	5	1
タチ	35	2
ツ	d	1
テト	cd	2
ナ	2	3
ニヌネノ	−ba0	2
ハヒフヘホ	−2b3a	3

30点

第3問

(1) 読書を全くしなかった生徒の母比率 $p=0.5$ のとき

100人の無作為標本で全く読書をしなかった生徒数 X は

$\boxed{\text{二項分布 } B(100, 0.5)}$ に従う

ア ③

よって X の平均（期待値）は $np = 100 \times 0.5 = \boxed{50}$ イウ

標準偏差は $\sqrt{np(1-p)} = \sqrt{100 \times 0.5^2}$

$= 10 \times 0.5 = \boxed{5}$ エ である

(2) 標本の大きさ100は十分に大きいので100人のうち

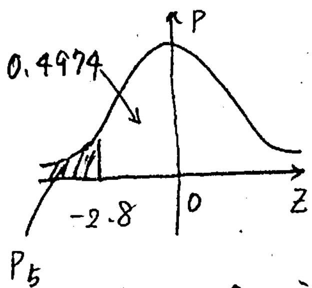
全く読書をしなかった生徒数は近似的に

正規分布 $N(50, 5^2)$ に従うので

$Z = \dfrac{X-50}{5}$ とすると Z は正規分布 $N(0, 1^2)$ に従う．

よって全く読書をしなかった生徒が36人以下の確率 p_5 は

$p_5 = P\left(Z \leqq \dfrac{36-50}{5}\right) = P\left(Z \leqq -\dfrac{14}{5}\right) = P(Z \leqq -2.8)$



$= 0.5 - 0.4974$

$= 0.0026$

$\fallingdotseq \boxed{0.003}$ オ ①

また全く読書をしなかった生徒の母比率が0.4であれば

X は $B(100, 0.4)$ に従うので

X の平均は $np = 100 \times 0.4 = 40$

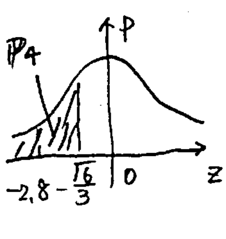
標準偏差 $\sqrt{np(1-p)} = \sqrt{100 \times 0.4 \times 0.6}$

$= \sqrt{100 \times \dfrac{4}{10} \times \dfrac{6}{10}} = 2\sqrt{6}$

よって $N(40, (2\sqrt{6})^2)$ に従うので

$Z = \dfrac{X-40}{2\sqrt{6}}$ とすると Z は $N(0, 1^2)$ に従う

よって $p_4 = P\left(Z \leqq \dfrac{36-40}{2\sqrt{6}}\right) = P\left(Z \leqq \dfrac{-4}{2\sqrt{6}} = -\dfrac{2}{\sqrt{6}} = -\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)$ である



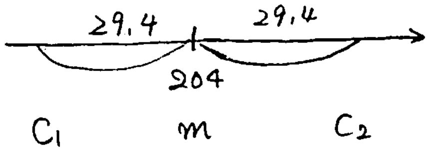
$-2.8 \leqq -\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ より　$\boxed{p_4 > p_5}$ がなりたつ

カ ②

(3) 母平均 m に対する信頼度95%の信頼区間を $C_1 \leqq m \leqq C_2$ とすると

$$1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \times \frac{150}{\sqrt{100}} = 1.96 \times 15 = 29.4$$ だから

$$\begin{array}{r} 1.96 \\ \times\ 15 \\ \hline 980 \\ 196 \\ \hline 29.40 \end{array}$$



$m = 204$

$C_1 = 204 - 29.4$

$C_2 = 204 + 29.4$ であるから

$C_1 + C_2 = \overset{キクケ}{\boxed{408}}$, $C_2 - C_1 = 2 \times 29.4 = \overset{コサシ}{\boxed{58.8}}$ となる

また 母平均 m と C_1, C_2 については

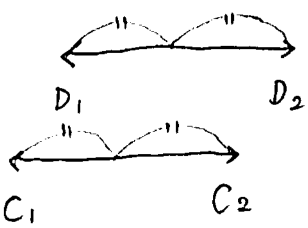
$\underset{ス}{\boxed{③}}$ $C_1 \leqq m$ も $m \leqq C_2$ も必ず成りたつとは限らない が正しい.

(m の95%の信頼区間であるため、その区間から外れる可能性は残る)

(4) 図書委員長の抽出者と校長先生の抽出者は異なるため

$\boxed{セ}$ は ③ の n と 36 の大小はわからない が正解

(5) どちらも $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ の値は $\frac{150}{\sqrt{100}}$ で等しいので $D_2 - D_1 = C_2 - C_1 = 2 \times 1.96 \times \frac{150}{\sqrt{100}}$ で等しい



よって ④ の「$C_2 - C_1 = D_2 - D_1$ が必ずなりたつ」

は等しい.

また C_1, D_1 の値はきまらないので

② の「$D_2 < C_1$ または $C_2 < D_1$ となる場合もある」

が等しい。

ゆえに $\boxed{ソ}\boxed{タ}$ は ②④ が正しい。

解答記号	正解	配点
ア	3	2
イウ	50	2
エ	5	2
オ	1	2
カ	2	1
キクケ	408	2
コサシ	588	2
ス	3	2
セ	3	1
ソタ	24 or 42	(各2) 4
		20点

第4問

(1) $\{a_n\}$は初項3, 公差pの等差数列だから $a_n=\overset{ア}{\boxed{3}}+(n-1)p$ ―②

また $a_{n+1}=3+np$ ―③

$\{b_n\}$は初項3, 公比rの等比数列だから $b_n=\underset{イ}{\boxed{3}}\times r^{n-1}$ である

$r\neq0$よりすべての自然数nで$b_n\neq0$だから

$\dfrac{b_{n+1}}{b_n}=r$ である

よって $a_nb_{n+1}-2a_{n+1}b_n+3b_{n+1}=0$ ―① の両辺をb_nでわって

$a_n\times\dfrac{b_{n+1}}{b_n}-2a_{n+1}\times\dfrac{b_n}{b_n}+3\dfrac{b_{n+1}}{b_n}=0$ より

$a_n\times r-2a_{n+1}+3r=0$ だから

$\therefore \underset{ウ}{\boxed{2}}a_{n+1}=r(a_n+\underset{エ}{\boxed{3}})$ ―④ がなりたつ

②③を代入して $2(3+np)=r\{3+(n-1)p+3\}$ より

$6+2np=r\{(n-1)p+6\}$

$6+2np=rnp-rp+6r$

よって $(r-\underset{オ}{\boxed{2}})np=rp-6r+6$

$=r(p-\underset{カ}{\boxed{6}})+\underset{キ}{\boxed{6}}$ ―⑤ となる

⑤はすべてのnでなりたつから

$n=0$でもなりたつので $r(p-6)+6=0$

また $n=1$でもなりたつので $(r-2)p=r(p-6)+6$

よって $(r-2)p=0$ であり

$p\neq0$より $r=2$

これを $r(p-6)+6=0$ に代入して

$2(p-6)+6=0$ より

$p-6+3=0$. よって $p=\overset{ク}{\boxed{3}}$

以上のことから $a_n=3+(n-1)\times3=3n$

$b_n=3\times2^{n-1}$ となり

すべての自然数nでa_n, b_nは正である

解答記号	正解	配点
ア	3	1
イ	3	1
ウエ	23	2
オカキ	266	2
ク	3	2
ケコサ	321	2
シス	31	2
セソ	43	2
タ	2	2
チ	2	2
ツ	2	1
テ	0	1

20点

(2) $a_n=3n$, $b_n=3\times 2^{n-1}$

$$\sum_{k=1}^{n} a_k=\sum_{k=1}^{n} 3k=\frac{\overset{\text{ケ}}{\boxed{3}}\,n(n+\overset{\text{サ}}{\boxed{1}})}{\underset{\text{コ}}{\boxed{2}}}$$

$$\sum_{k=1}^{n} b_k=\sum_{k=1}^{n} 3\times 2^{k-1}=\frac{3(2^n-1)}{2-1}=\underset{\text{シ}}{\boxed{3}}(2^n-\underset{\text{ス}}{\boxed{1}})$$

(3) $a_n=3n$ に対して

$a_nc_{n+1}-4a_{n+1}c_n+3c_{n+1}=0$ … ⑥ をみたすとき

$(a_n+3)c_{n+1}=4a_{n+1}c_n$ であり

$a_n+3\neq 0$ より $c_{n+1}=\dfrac{\overset{\text{セ}}{\boxed{4}}a_{n+1}}{a_n+\underset{\text{ソ}}{\boxed{3}}}c_n$ となる

さらに $a_n=3n$ であることから

$$c_{n+1}=\frac{4\times 3(n+1)}{3n+3}\times c_n$$

$$=\frac{4\times 3(n+1)}{3(n+1)}c_n=4c_n \text{ であるから}$$

$\{c_n\}$ は 公比4の等比数列となって $\boxed{\text{タ}}$ は ② が正しい。

(4) $d_nb_{n+1}-qd_{n+1}b_n+ub_{n+1}=0$ ⑦ (q, u は定数で $q\neq 0$) のとき

$b_n=3\times 2^{n-1}$ であるから ⑦ は

$d_n\times 3\times 2^n-q\times d_{n+1}\times 3\times 2^{n-1}+u\times 3\times 2^n=0$ より

$2d_n-qd_{n+1}+2u=0$

$q\neq 0$ より $d_{n+1}=\dfrac{\overset{\text{チ}}{\boxed{2}}}{q}(d_n+u)$ である

よって $\{d_n\}$ が、公比が0より大きく1より小さい等比数列となるための

必要十分条件は

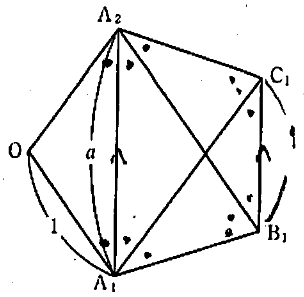
$u=\underset{\text{テ}}{\boxed{0}}$ かつ $0<\dfrac{2}{q}<1$

$\dfrac{2}{q}<1$ の両辺 逆数をとって

$\dfrac{q}{2}>1$ より $q>\underset{\text{ツ}}{\boxed{2}}$ となる

第5問

(1)



$\angle A_1C_1B_1 = \overset{アイ}{\boxed{36}}^\circ$, $\angle C_1A_1A_2 = 36^\circ$ だから

$\overrightarrow{A_1A_2} \parallel \overrightarrow{B_1C_1}$ である

（円周角定理で・1つはすべて $\frac{360^\circ}{5} \times \frac{1}{2} = 36^\circ$）

よって $\overrightarrow{A_1A_2} = \underset{ウ}{\boxed{a}}\overrightarrow{B_1C_1}$ とできるので

$$\overrightarrow{B_1C_1} = \frac{1}{a}\overrightarrow{A_1A_2} = \frac{1}{a}(\overrightarrow{OA_2} - \overrightarrow{OA_1}) \quad —①$$

さらに $\begin{cases} \overrightarrow{OA_1} \parallel \overrightarrow{A_2B_1} \text{ より } \overrightarrow{A_2B_1} = a\overrightarrow{OA_1} \\ \overrightarrow{OA_2} \parallel \overrightarrow{A_1C_1} \text{ より } \overrightarrow{A_1C_1} = a\overrightarrow{OA_2} \end{cases}$ だから

$$\begin{aligned} \overrightarrow{B_1C_1} &= \overrightarrow{B_1A_2} + \overrightarrow{A_2O} + \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{A_1C_1} \\ &= -a\overrightarrow{OA_1} - \overrightarrow{OA_2} + \overrightarrow{OA_1} + a\overrightarrow{OA_2} \\ &= (\underset{エ}{\boxed{a}} - \underset{オ}{\boxed{1}})(\overrightarrow{OA_2} - \overrightarrow{OA_1}) \quad —② \end{aligned}$$

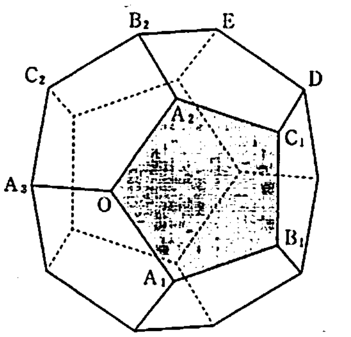
$\overrightarrow{OA_2}$, $\overrightarrow{OA_1}$ は1次独立より ①②から $\frac{1}{a} = a - 1$ だから

$1 = a^2 - a$ より

$a^2 - a - 1 = 0$

$a > 0$ より $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ となる

(2)



面 $OA_1B_1C_1A_2$ に着目すると $\overrightarrow{OA_1} \parallel \overrightarrow{A_2B_1}$ より

$$\overrightarrow{OB_1} = \overrightarrow{OA_2} + \overrightarrow{A_2B_1} = \overrightarrow{OA_2} + a\overrightarrow{OA_1}$$

また $|\overrightarrow{A_1A_2}|^2 = |\overrightarrow{OA_2} - \overrightarrow{OA_1}|^2 = a^2$ より

$$|\overrightarrow{OA_2}|^2 - 2\overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{OA_2} + |\overrightarrow{OA_1}|^2 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2$$

$$1 - 2\overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{OA_2} + 1 = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{\underset{カ}{\boxed{3}} + \sqrt{\underset{キ}{\boxed{5}}}}{\underset{ク}{\boxed{2}}}$$

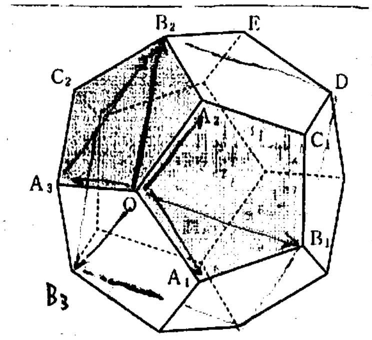
よって $2\overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{OA_2} = 2 - \frac{3+\sqrt{5}}{2} = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ より

$\overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{OA_2} = \frac{\underset{ケ}{\boxed{1}} - \sqrt{\underset{コ}{\boxed{5}}}}{\underset{サ}{\boxed{4}}}$ となる

解答記号	正解	配点
アイ	36	2
ウ	a	2
エオ	a 1	3
カキク	352	2
ケコサ	154	3
シ	9	3
ス	0	3
セ	0	2

20点

(3)



次に 面 $OA_2B_2C_2A_3$ に着目すると

$\overrightarrow{OB_2} = \overrightarrow{OA_3} + a\overrightarrow{OA_2}$ である．

さらに $\overrightarrow{OA_2}\cdot\overrightarrow{OA_3} = \overrightarrow{OA_3}\cdot\overrightarrow{OA_1} = \overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{OA_2} = \dfrac{1-\sqrt{5}}{4}$ である

よって
$$\begin{aligned}
\overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{OB_2} &= \overrightarrow{OA_1}\cdot(\overrightarrow{OA_3}+a\overrightarrow{OA_2})\\
&= \overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{OA_3} + a\,\overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{OA_2}\\
&= \frac{1-\sqrt{5}}{4} + a\times\frac{1-\sqrt{5}}{4}\\
&= \frac{1-\sqrt{5}}{4}\times(1+a)\\
&= \frac{1-\sqrt{5}}{4}\times\left(1+\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\\
&= \frac{1-\sqrt{5}}{4}\times\frac{3+\sqrt{5}}{2}\\
&= \frac{(3-5)+(1-3)\sqrt{5}}{8} = \frac{-2-2\sqrt{5}}{8} = \boxed{\frac{-1-\sqrt{5}}{4}}
\end{aligned}$$

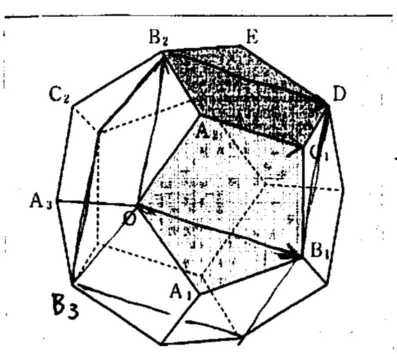
シは⑨

また上図のように B_3 をきめると OB_1, OB_2, OB_3 を1辺とする立方体ができるから

$\overrightarrow{OB_1}\cdot\overrightarrow{OB_2} = \boxed{0}$ となる

スは⓪

計算でとくと
$$\begin{aligned}
\overrightarrow{OB_1}\cdot\overrightarrow{OB_2} &= (\overrightarrow{OA_2}+a\overrightarrow{OA_1})\cdot(\overrightarrow{OA_3}+a\overrightarrow{OA_2})\\
&= \overrightarrow{OA_2}\cdot\overrightarrow{OA_3} + a\,\overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{OA_3} + a|\overrightarrow{OA_2}|^2 + a^2\,\overrightarrow{OA_1}\cdot\overrightarrow{OA_2}\\
&= (1+a+a^2)\times\frac{1-\sqrt{5}}{4} + a\times1^2\\
&= \left(1+\frac{1+\sqrt{5}}{2}+\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)\times\frac{1-\sqrt{5}}{4} + \frac{1+\sqrt{5}}{2}\\
&= \frac{6+2\sqrt{5}}{2}\times\frac{1-\sqrt{5}}{4} + \frac{1+\sqrt{5}}{2}\\
&= \frac{(3+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})}{4} + \frac{1+\sqrt{5}}{2}\\
&= \frac{(3-5)+(1-3)\sqrt{5}}{4} + \frac{1+\sqrt{5}}{2}\\
&= -\frac{1+\sqrt{5}}{2} + \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 0
\end{aligned}$$



$\overrightarrow{B_2D} = a\overrightarrow{A_2C_1} = \overrightarrow{OB_1}$

また $\overrightarrow{OB_1}\perp\overrightarrow{OB_2}$ であり $|\overrightarrow{OB_1}| = |\overrightarrow{OB_2}|$ であることから

四角形 OB_1DB_2 は $\boxed{\text{正方形である}}$ セは⓪

（OB_1, OB_2, OB_3 を1辺とする立方体ができる）

Ⓨ

数学Ⅱ・数学B　（100点満点）

問題番号(配点)	解答記号	正解	配点
第1問 (30)	$\sin\frac{\pi}{ア}$	$\sin\frac{\pi}{3}$	2
	イ	2	2
	$\frac{\pi}{ウ}$, エ	$\frac{\pi}{6}$, 2	2
	$\frac{\pi}{オ}$, カ	$\frac{\pi}{2}$, 1	1
	キ	9	2
	ク	1	1
	ケ	3	1
	コ，サ	1，9	2
	シ，ス	2，1	2
	セ	1	1
	ソ	0	1
	タ	0	1
	チ	1	1
	$\log_2\left(\sqrt{ツ}-テ\right)$	$\log_2\left(\sqrt{5}-2\right)$	2
	ト	0	1
	ナ	3	1
	ニ	1	2
	ヌ	2	2
	ネ	1	3
第2問 (30)	ア	3	1
	イ x + ウ	$2x+3$	2
	エ	4	2
	オ	c	1
	カ x + キ	bx + c	2
	$\frac{クケ}{コ}$	$\frac{-c}{b}$	1
	$\frac{ac^{サ}}{シ\,b^{ス}}$	$\frac{ac^3}{3b^3}$	4
	セ	0	3
	ソ	5	1
	タ x + チ	$3x+5$	2
	ツ	d	1
	テ x + ト	cx + d	2
	ナ	2	3
	$\frac{ニヌ}{ネ}$, ノ	$\frac{-b}{a}$, 0	2
(第2問)	$\frac{ハヒフ}{ヘホ}$	$\frac{-2b}{3a}$	3
第3問 (20)	ア	3	2
	イウ	50	2
	エ	5	2
	オ	1	2
	カ	2	1
	キクケ	408	2
	コサ.シ	58.8	2
	ス	3	2
	セ	3	1
	ソ，タ	2，4 (解答の順序は問わない)	4 (各2)
第4問 (20)	ア $+(n-1)p$	$3+(n-1)p$	1
	イ r^{n-1}	$3r^{n-1}$	1
	ウ $a_{n+1}=r(a_n+エ)$	$2a_{n+1}=r(a_n+3)$	2
	オ，カ，キ	2，6，6	2
	ク	3	2
	$\frac{ケ}{コ}n(n+サ)$	$\frac{3}{2}n(n+1)$	2
	シ，ス	3，1	2
	$\frac{セ\,a_{n+1}}{a_n+ソ}c_n$	$\frac{4a_{n+1}}{a_n+3}c_n$	2
	タ	2	2
	$\frac{チ}{q}(d_n+u)$	$\frac{2}{q}(d_n+u)$	2
	$q>ツ$	$q>2$	1
	$u=テ$	$u=0$	1
第5問 (20)	アイ	36	2
	ウ	a	2
	エ − オ	a − 1	3
	$\frac{カ+\sqrt{キ}}{ク}$	$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$	2
	$\frac{ケ-\sqrt{コ}}{サ}$	$\frac{1-\sqrt{5}}{4}$	3
	シ	9	3
	ス	0	3
	セ	0	2

（注）第1問，第2問は必答。第3問～第5問のうちから2問選択。計4問を解答。