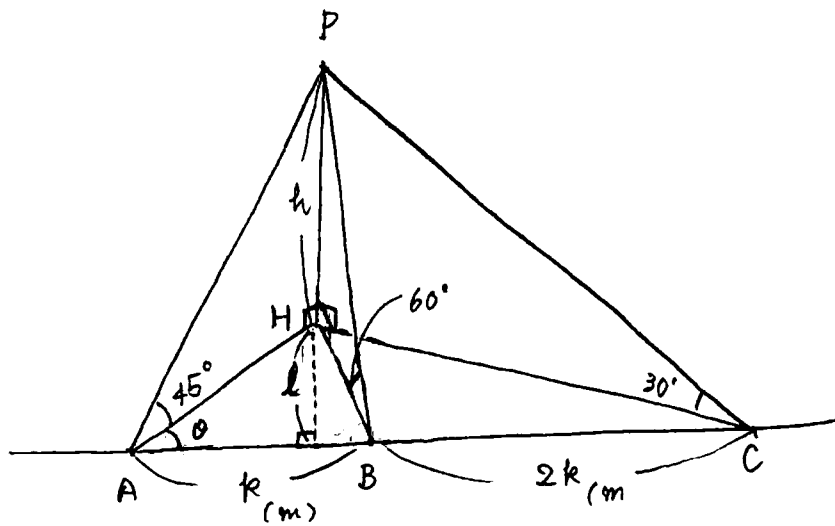




(1) $AB = k(m)$ とすると $BC = 2k(m)$ である

また $\angle HAB = \theta$ とおくと

$$\triangle ABH \text{ で余弦定理より } BH^2 = k^2 + AH^2 - 2k \cdot AH \cos \theta \quad \text{--- ①}$$

$$\triangle ACH \text{ で余弦定理より } CH^2 = (3k)^2 + AH^2 - 2 \cdot 3k \cdot AH \cos \theta \quad \text{--- ② がなりたつ}$$

$$\text{①} \times 3 - \text{②} \text{ より } 3BH^2 - CH^2 = 3k^2 - 9k^2 + 3AH^2 - AH^2 \text{ がなりたつので}$$

$$2AH^2 - 3BH^2 + CH^2 = 6k^2 \text{ より}$$

$$\boxed{2AH^2 - 3BH^2 + CH^2 = 6AB^2 \text{ がなりたつ}} \quad \text{--- ③}$$

$$(2) PH = h(m) \text{ とすると } \frac{PH}{AH} = \tan 45^\circ \text{ より } AH = \frac{1}{\tan 45^\circ} PH = h$$

$$\frac{PH}{BH} = \tan 60^\circ \text{ より } BH = \frac{1}{\tan 60^\circ} PH = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{PH}{CH} = \tan 30^\circ \text{ より } CH = \frac{1}{\tan 30^\circ} PH = \sqrt{3}h$$

$$\text{よって ③ 式に代入すると } 2h^2 - 3 \times \frac{h^2}{3} + 3h^2 = 6 \times 100^2 \text{ より}$$

$$4h^2 = 6 \times 100^2$$

$$h^2 = 6 \times \frac{100^2}{4}$$

$$\text{よって } PH = h = \sqrt{6} \times \frac{100}{2} = 50\sqrt{6} (m)$$

$$\text{よって } 2.44^2 = 5.9536, 2.45^2 = 6.0025 \text{ であるから}$$

$$2.44 < \sqrt{6} < 2.45 \text{ より}$$

$$50 \times 2.44 < 50\sqrt{6} < 50 \times 2.45$$

$$\text{よって } 122 < 50\sqrt{6} < 122.5 \text{ であるから}$$

$$122 < PH < 122.5 \text{ がなりたつ}$$

$$\text{ゆえに } PH(m) \text{ の整数部分は } 122 \text{ である}$$

$$\begin{array}{r} 2.44 \\ \times 2.44 \\ \hline 976 \\ 976 \\ 488 \\ \hline 5.9536 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2.45 \\ \times 2.45 \\ \hline 1225 \\ 980 \\ 490 \\ \hline 6.0025 \end{array}$$

(1) の
(2) ①式において $BH = \frac{h}{\sqrt{3}}$, $k = AB = 100$ (m), $AH = h$ であるから

$$\frac{h^2}{3} = 100^2 + h^2 - 2 \times 100 \times h \cos \theta \quad \text{より}$$

$$200 \times h \cos \theta = 100^2 + \frac{2}{3} h^2 \quad \text{である}$$

(2) より $h = 50\sqrt{6}$ であるから $200 \times 50\sqrt{6} \cos \theta = 100^2 + \frac{2}{3} \times 2500 \times 6 \quad \text{より}$

$$10000\sqrt{6} \cos \theta = 10000 + 10000$$

$$\cos \theta = \frac{20000}{10000\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad \text{であるから}$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{6}{9}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{である}$$

また H との道との距離を l とすると

$$l = AH \sin \theta \quad \text{だから} \quad l = h \sin \theta = 50\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 50\sqrt{2} \text{ (m)} \quad \text{である}$$

ここで $1.41^2 = 1.9881$, $1.42^2 = 2.0164$ であるから

$$1.41 < \sqrt{2} < 1.42 \quad \text{より}$$

$$70.5 < 50\sqrt{2} < 71.0 \quad \text{であるから}$$

$$70.5 < l < 71.0 \quad \text{がなりたつ}$$

ゆえに $\boxed{\text{H と道との距離 (m) の整数部分は 70 である}}$

$$\begin{array}{r} 1.41 \\ \times 1.41 \\ \hline 141 \\ 564 \\ 141 \\ \hline 1.9881 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1.42 \\ \times 1.42 \\ \hline 2.84 \\ 568 \\ 142 \\ \hline 2.0164 \end{array}$$