

$$(1) \quad x^2 - 5x + 5 < 0 \text{ をとくと}$$

$$\frac{5-\sqrt{5}}{2} < x < \frac{5+\sqrt{5}}{2} \quad \text{--- ①}$$

$$\text{ここで } 2.2 < \sqrt{5} < 2.3 \text{ より } \frac{5-2.3}{2} < \frac{5-\sqrt{5}}{2} < \frac{5-2.2}{2} \text{ だから}$$

$$1.35 < \frac{5-\sqrt{5}}{2} < 1.4$$

$$\text{また } \frac{5+2.2}{2} < \frac{5+\sqrt{5}}{2} < \frac{5+2.3}{2} \text{ より}$$

$$3.6 < \frac{5+\sqrt{5}}{2} < 3.65$$

ゆえに ①をみたす整数 x は $x = 2, 3$ だから

$$x^2 - 5x + 5 < 0 \text{ をみたす整数 } x \text{ は } \boxed{x = 2, 3}$$

$$(2) \quad [x] \text{ は 整数であるから}$$

$$[x]^2 - 5[x] + 5 < 0 \text{ をみたす } [x] \text{ は (1) より}$$

$$[x] = 2, 3 \text{ となる}$$

$$[x] = 2 \text{ のとき } 2 \leq x < 3$$

$$[x] = 3 \text{ のとき } 3 \leq x < 4 \quad \text{よって } \boxed{\text{求める実数 } x \text{ は } 2 \leq x < 4}$$

$$(3) \quad (i) \quad 2 \leq x < 3 \text{ のとき } [x] = 2 \text{ より}$$

$$x^2 - 5[x] + 5 = 0 \text{ は}$$

$$x^2 - 5 \times 2 + 5 = 0 \text{ より}$$

$$x^2 = 5 \quad \text{但し } 2 \leq x < 3 \text{ より } x = \sqrt{5}$$

$$(ii) \quad 3 \leq x < 4 \text{ のとき } [x] = 3 \text{ より}$$

$$x^2 - 5[x] + 5 = 0 \text{ は}$$

$$x^2 - 5 \times 3 + 5 = 0 \text{ より}$$

$$x^2 = 10 \quad \text{但し } 3 \leq x < 4 \text{ より } x = \sqrt{10}$$

$$(i) (ii) \text{ より 求める } x \text{ の値は } \boxed{x = \sqrt{5}, \sqrt{10}}$$