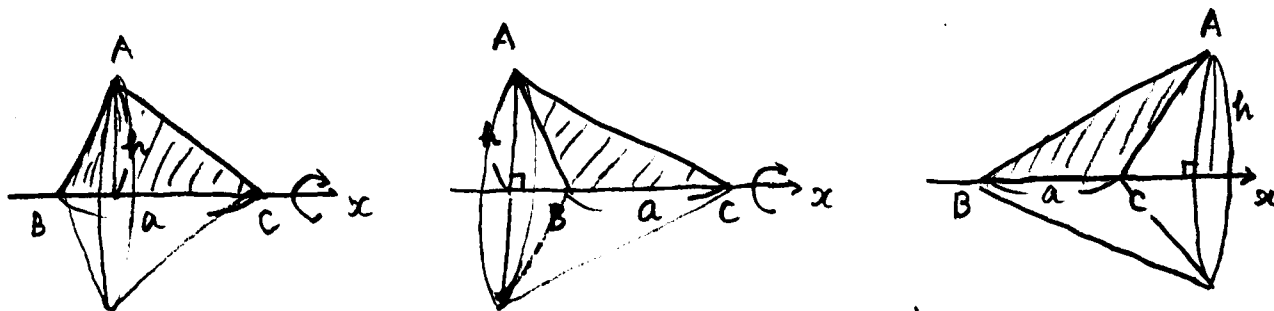


辺BCをx軸とし、Aからx軸までの距離をhとすると



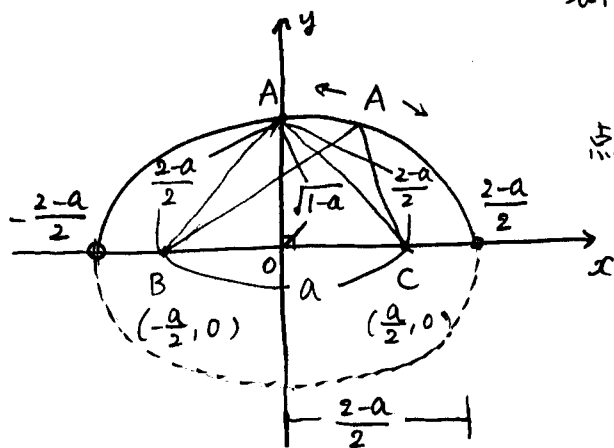
$\angle B, \angle C$ が鋭角でも、直角でも、鈍角でも $V = \frac{1}{3}\pi a h^2$ で表される

今、 a の値を固定すると V は h の関数となるので h が最大るとき

V は最大となる

ここで $AB = c$ とおくと $a + b + c = 2$ であり

$b + c = 2 - a$ (一定) であるから



$B(-\frac{a}{2}, 0), C(\frac{a}{2}, 0)$ とすると

点Aは、B、Cを焦点とする円上の $y > 0$ の部分を
うごく。

よって点Aがx軸から一番はなれているときが

V が最大となるので、Aがy軸上にあるとき、

V は最大となり、そのとき $AB = AC$ の二等辺三角形
となる。

(2) (1) の円は 長軸 $\frac{2-a}{2}$, 短軸 $\sqrt{(\frac{2-a}{2})^2 - (\frac{a}{2})^2}$
 $= \sqrt{\frac{4-4a}{4}} = \sqrt{1-a}$ となるので

a を固定するとき $V = \frac{1}{3}\pi a(1-a)$ が最大である

ここで $a + b + c = 2$ と 三角形の成立条件 $a < b + c$ より

$$a < 2 - a \text{ から } 2a < 2$$

$$\text{よって } 0 < a < 1.$$

同様にして $0 < b < 1, 0 < c < 1$ もなりたつ。

$$\text{よって } V = \frac{1}{3}\pi a(1-a) = \frac{1}{3}\pi(-a^2 + a) = \frac{1}{3}\pi \left\{ -(a - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{4} \right\} \text{ より}$$

$$0 < a < 1 \text{ では } \boxed{a = \frac{1}{2} \text{ で } V \text{ は最大値 } \frac{\pi}{12} \text{ をとる}}$$

このとき $a + b + c = 2$ と (1) より $b = c$ であるから

$$\frac{1}{2} + 2b = 2 \text{ より } 2b = \frac{3}{2} \text{ よって } \boxed{b = c = \frac{3}{4}} \text{ となる}$$