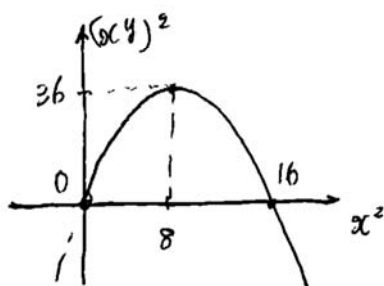


x, y が正であるから $(xy)^2$ が最大るとき xy も最大となる。

$$\begin{aligned} \text{よって } (xy)^2 &= x^2 \times \frac{144 - 9x^2}{16} \\ &= -\frac{9}{16} (x^4 - 16x^2) \\ &= -\frac{9}{16} \left\{ (x^2 - 8)^2 - 64 \right\} = -\frac{9}{16} (x^2 - 8)^2 + 36 \end{aligned}$$



$x^2 \geq 0$ であるので $x^2 = 8$ のとき $(xy)^2$ は
最大値 36 をとる

$$\text{このとき } y^2 = \frac{144 - 9 \cdot 8}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

x, y ともに正より $(x, y) = \left(2\sqrt{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ となり

このとき xy は最大値 6 をとる

別解

$$9x^2 + 16y^2 = 144 \text{ より}$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

よって $x = 4 \cos \theta, y = 3 \sin \theta$ とおける

但し、 $x > 0$ か $y > 0$ より $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とできる。

$$\text{このとき } xy = 12 \sin \theta \cos \theta = 6 \sin 2\theta \text{ より } 2\theta = \frac{\pi}{2} \text{ のとき}$$

つまり $\theta = \frac{\pi}{4}$ のとき

$\sin 2\theta = 1$ のとき xy は最大値 6 をとる