



数学Ⅰ・数学A (100点満点)

問 題 番 号 (配点)	解答記号	正 解	配点	問 題 番 号 (配点)	解答記号	正 解	配点
第 1 問 (30)	アイ	－ 6	2	第 3 問 (20)	ア	1	1
	ウエ	3 8	2		イ, ウ	1, 2	1
	オカ	－ 2	2		エ	2	2
	キク	1 8	2		オ, カ	1, 3	1
	ケ	2	2		キク, ケコ	6 5, 8 1	2
	コ,サシス	0.0 7 2	3		サ	8	2
	セ	2	3		シ	6	2
	ソ タ	$\frac{2}{3}$	3		スセ	1 5	1
	チツ テ	$\frac{1 0}{3}$	2		ソ, タ	3, 8	2
	ト ≦ AB ≦ ナ	4 ≦ AB ≦ 6	3		チツ, テト	1 1, 3 0	3
	$\frac{ニヌ}{ネ}, \frac{ノ}{ハ}$	$-\frac{1}{3}, \frac{7}{3}$	3	ナニ, ヌネ	4 4, 5 3	3	
ヒ	4	3	第 4 問 (20)	ア, イウ	1, 3 9	3	
第 2 問 (30)	ア	3		2	エオ	1 7	2
	イ	2		2	カキク	6 6 4	2
	ウ	5		3	ケ, コ	8, 5	2
	エ	9		2	サシス	1 2 5	3
	オ	6		1	セソタチツ	1 2 2 0 7	3
	カ	1		2	テト	1 9	3
	キ, ク	3, 1	3	ナニヌネノ	9 5 6 2 4	2	
	ケ, コ, サ	2, 2, 0	3	第 5 問 (20)	ア, イ	1, 2	2
	シ, ス	0, 3	2		ウ, エ, オ	2, 1, 3	2
	セ	2	4		カ, キ, ク	2, 2, 3	2
	ソ,タチ	0.6 3	3		ケ	4	2
ツ	3	3	コ, サ		3, 2	2	
(注) 第 1 問, 第 2 問は必答。第 3 問～第 5 問のうちから 2 問選択。計 4 問を解答。					シス, セ	1 3, 6	2
					ソタ, チ	1 3, 4	2
					ツテ, トナ	4 4, 1 5	3
					ニ, ヌ	1, 3	3

$$(1) \quad (a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca) \text{ より}$$

$$1^2 = 13 + 2(ab+bc+ca)$$

$$\text{よって } ab+bc+ca = \frac{1-13}{2} = \overset{\text{ア1}}{\boxed{-6}}$$

$$\text{また } (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2$$

$$= 2(a^2+b^2+c^2) - 2(ab+bc+ca)$$

$$= 2 \times 13 - 2 \times (-6)$$

$$= 26 + 12 = \underset{\text{イ2}}{\boxed{38}} \text{ となる}$$

$$(2) \quad \begin{cases} a-b=2\sqrt{5} & \text{--- ①} \\ b-c=x & \text{--- ②} \\ c-a=y & \text{--- ③} \end{cases}$$

$$\text{②+③ より } x+y = b-a = \overset{\text{オカ}}{\boxed{-2}}\sqrt{5}$$

$$\text{また } (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = (2\sqrt{5})^2 + x^2 + y^2 \text{ より}$$

$$38 = 20 + x^2 + y^2$$

$$\text{よって } x^2 + y^2 = \overset{\text{キク}}{\boxed{18}} \text{ となる}$$

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \text{ より}$$

$$(-2\sqrt{5})^2 = 18 + 2xy$$

$$\text{よって } xy = \frac{20-18}{2} = 1$$

以上のことから

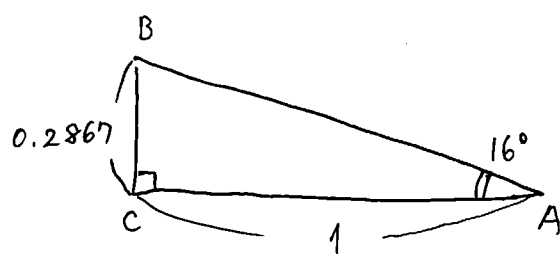
$$(a-b)(b-c)(c-a)$$

$$= 2\sqrt{5} \quad xy$$

$$= \underset{\text{ケ}}{\boxed{2}}\sqrt{5} \quad \text{となる}$$

解答記号	正解	配点
ア1	-6	2
イ2	38	2
オカ	-2	2
キク	18	2
ケ	2	2

10点



表より $\tan 16^\circ = 0.2867$ だから

$AC=1$ とすると $BC=0.2867$ である。

しかし、実際には縮尺を考えると

水平方向、鉛直方向の縮尺はそれぞれ $\frac{1}{100000}$ 、 $\frac{1}{25000}$ だから

$$\frac{BC}{AC} = \frac{0.2867 \times 25000}{1 \times 100000} = \frac{0.2867}{4} = 0.0716 \dots \text{より}$$

$$\tan \angle BAC = \boxed{0.072} \quad \text{となる}$$

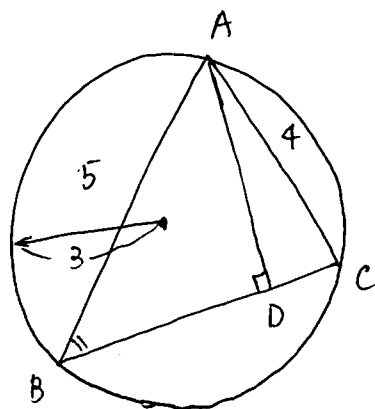
コサシス

ここで三角比の表より $\tan 4^\circ = 0.0699$

$\tan 5^\circ = 0.0875$ だから

$\angle BAC$ の大きさは $\boxed{\text{㉔}}$ ^セ 4° より大きく 5° より小さい

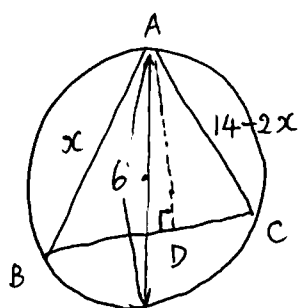
解答記号	正解	配点
コサシス	0072	3
セ	2	3
		6点



(1) 正弦定理より $2 \times 3 = \frac{4}{\sin \angle ABC}$ だから

$$\sin \angle ABC = \frac{\boxed{2}}{3} \quad \text{㍶}$$

$$\text{よって } AD = AB \sin \angle ABC = 5 \times \frac{2}{3} = \frac{\boxed{10}}{3} \quad \text{㍷}$$



(2) $AB = x$ とおくと $2AB + AC = 14$ より

$$AC = 14 - 2x$$

ここで AB も AC も直径をこえることはないから

$$x \leq 6 \quad \text{かつ} \quad 14 - 2x \leq 6 \quad \text{より}$$

$$x \leq 6 \quad \text{かつ} \quad 4 \leq x$$

$$\text{よって } \boxed{4} \leq AB \leq \boxed{6} \quad \text{㍺ある}$$

また 正弦定理より $2 \times 3 = \frac{14-2x}{\sin B}$ だから $\sin B = \frac{14-2x}{6} = \frac{7-x}{3}$ である。

$$AD = AB \sin B = x \times \frac{7-x}{3} = \frac{\boxed{-1}}{3} x^2 + \frac{\boxed{7}}{3} x \quad \text{㍽㍶㍷の㍺}$$

$$AD = \frac{-(x-\frac{7}{2})^2 + \frac{49}{4}}{3} = -\frac{1}{3}(x-\frac{7}{2})^2 + \frac{49}{12} \quad \text{㍺ある}$$

ここで $4 \leq x \leq 6$ であるから

$x=4$ ㍺ AD は最大値をとり。

$$\text{その値は } \frac{-16+28}{3} = \frac{12}{3} = \boxed{4} \quad \text{㍽}$$



解答記号	正解	配点
㍶㍷	23	3
㍷㍺㍽	103	2
㍺㍽	46	3
㍽㍶㍷㍺	-1373	3
㍽	4	3

14点

$$\begin{cases} x^2 + px + q = 0 & \text{--- ①} \\ x^2 + qx + p = 0 & \text{--- ②} \end{cases}$$

(1) $(p, q) = (4, -4)$ のとき

① は $x^2 + 4x - 4 = 0$ より $x = -2 \pm 2\sqrt{2}$

② は $x^2 - 4x + 4 = 0$ より $(x-2)^2 = 0$ より $x = 2$

ゆえに ① または ② をみたす実数の個数は $n = \boxed{3}$

また $(p, q) = (1, -2)$ のとき

① は $x^2 + x - 2 = 0$ から $(x+2)(x-1) = 0$ より $x = -2, 1$

② は $x^2 - 2x + 1 = 0$ から $(x-1)^2 = 0$ より $x = 1$

ゆえに ① または ② をみたす実数の個数は $n = \boxed{2}$

(2) $p = -6$ のとき

① は $x^2 - 6x + q = 0$

② は $x^2 + qx - 6 = 0$ であり 共通な実数解 α があるとすると

$$\begin{cases} \alpha^2 - 6\alpha + q = 0 & \text{--- ①'} \\ \alpha^2 + q\alpha - 6 = 0 & \text{--- ②'} \end{cases} \text{ をみたし、}$$

①' - ②' から $-(6+q)\alpha + q+6 = 0$

より $(q+6)(-\alpha+1) = 0$ より

$q = -6$ または $\alpha = 1$ である

$q = -6$ のとき もとの2つの式はともに $x^2 - 6x - 6 = 0$ となり

解の個数は3個にはならない

$\alpha = 1$ のとき ①' は $1 - 6 + q = 0$ より $q = 5$

(②' も $1 + q - 6 = 0$ より $q = 5$)

このとき ① は $x^2 - 6x + 5 = 0$ より

$(x-5)(x-1) = 0$

より $x = 1, 5$

② は $x^2 + 5x - 6 = 0$ より

$(x+6)(x-1) = 0$

より $x = 1, -6$

ゆえに $n = 3$ となるので $q = 5$ は解

また ①が重解をもつとき $x^2 - 6x + q = 0$ の判別式 $= 0$ より

$$(-3)^2 - q = 0 \text{ から } q = 9 \text{ であり}$$

このとき ①は $x^2 - 6x + 9 = 0$ より

$$(x-3)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3$$

②は $x^2 + 9x - 6 = 0$ より

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 + 24}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{105}}{2}$$

解の個数 n は $n = 3$ をみたす

以上のことから $n = 3$ となる q の値は $q = \underbrace{5}_{\text{ウ}}, \underbrace{9}_{\text{エ}}$ である

(②の判別式は $q^2 + 24 > 0$ となり②は重解をもたない)

解答記号	正解	配点
ア	3	2
イ	2	2
ウ	5	3
エ	9	2
		9点

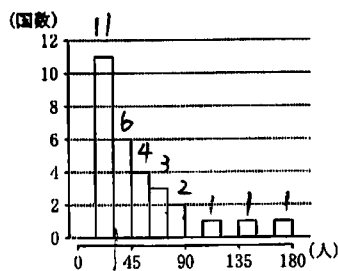


図1 2009年度における教員1人あたりの学習者数のヒストグラム

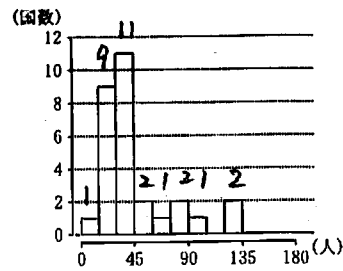


図2 2018年度における教員1人あたりの学習者数のヒストグラム

(出典：国際交流基金のWebページにより作成)

- 2009年度と2018年度の中央値が含まれる階級の階級値を比較すると, .
- 2009年度と2018年度の第1四分位数が含まれる階級の階級値を比較すると, .
- 2009年度と2018年度の第3四分位数が含まれる階級の階級値を比較すると, .
- 2009年度と2018年度の範囲を比較すると, .
- 2009年度と2018年度の四分位範囲を比較すると, .

 ~ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい.)

- ① 2018年度の方が小さい
- ② 2018年度の方が大きい
- ③ 両者は等しい
- ④ これら二つのヒストグラムからだけでは両者の大小を判断できない

- 2009年の範囲は $15 \sim 30 \leftrightarrow 165 \sim 180$ より $135 \sim 150$
- 2018年の範囲は $0 \sim 15 \leftrightarrow 120 \sim 135$ より $105 \sim 135$

よって は ① 2018年の方が小さい

- 2009年の四分位範囲は $15 \sim 30 \leftrightarrow 60 \sim 75$ より $30 \sim 60$
- 2018年の四分位範囲は $15 \sim 30 \leftrightarrow 45 \sim 60$ より $15 \sim 45$

 は ③ 判断できない

• 全部で29か国なので

 ①

中央値は15番目のデータ.

2009年度は $30 \sim 45$ 2018年度も $30 \sim 45$ で ② 両者は等しい

- 第1四分位数は小さい方から7番目と8番目の平均.

2009年度は $15 \sim 30$ 2018年度も $15 \sim 30$ で ② 両者は等しい

- 第3四分位数は大きい方から7番目と8番目の平均

2009年度は $60 \sim 75$ 2018年度は $45 \sim 60$ で ① 2018年度の方が小さい

解答記号	正解	配点
ケコサ	220	3
シス	03	2
セ	2	4
174	063	3
ツ	3	3

15点

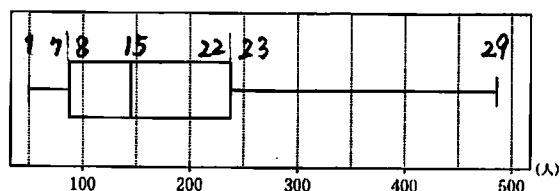


図3 2009年度における教育機関1機関あたりの学習者数の箱ひげ図

(出典：国際交流基金のWebページにより作成)

横軸

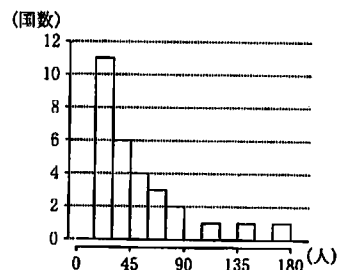
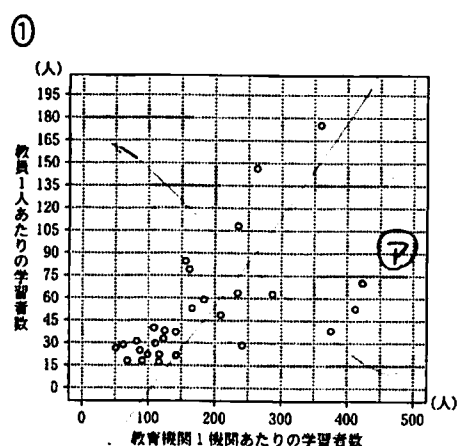
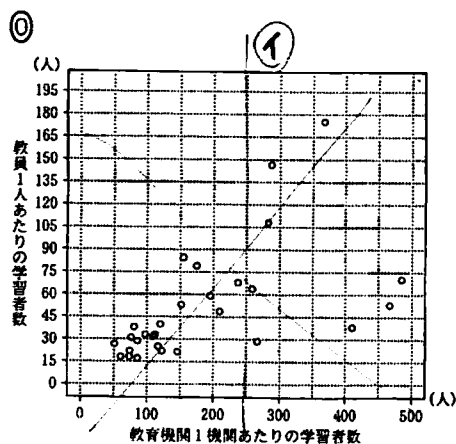


図4 2009年度における教員1人あたりの学習者数のヒストグラム

(出典：国際交流基金のWebページにより作成)

縦軸

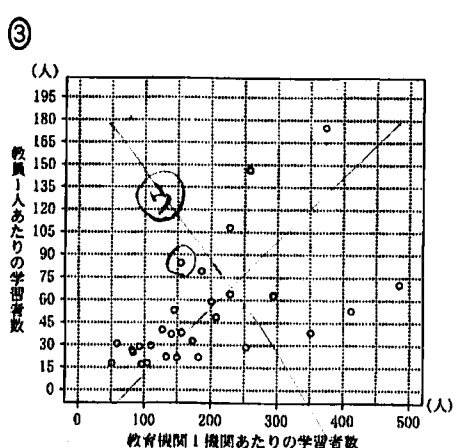
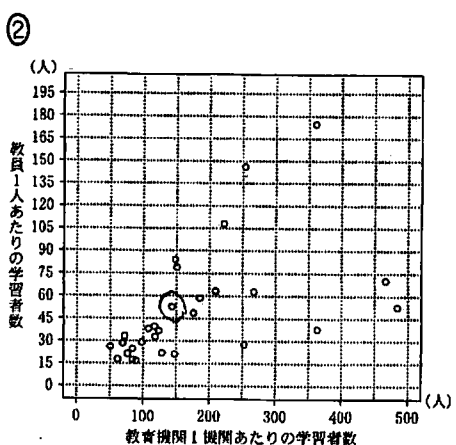


⑦ よこ軸 最大値は
450-500 なので

①は不適

① よこ軸 大きい方から
7・8番目は
200~250 なので

①は不適



⑦ よこ軸 中央値は
100~150 なので

③は不適

よって正しいものは

㉔ ㉕

表1 平均値, 標準偏差および共分散

Sの 平均値	Tの 平均値	Sの 標準偏差	Tの 標準偏差	SとTの 共分散
81.8	72.9	39.3	29.9	735.3

SとTの相関係数は

$$r = \frac{(S, T \text{ の共分散})}{(S \text{ の標準偏差})(T \text{ の標準偏差})}$$

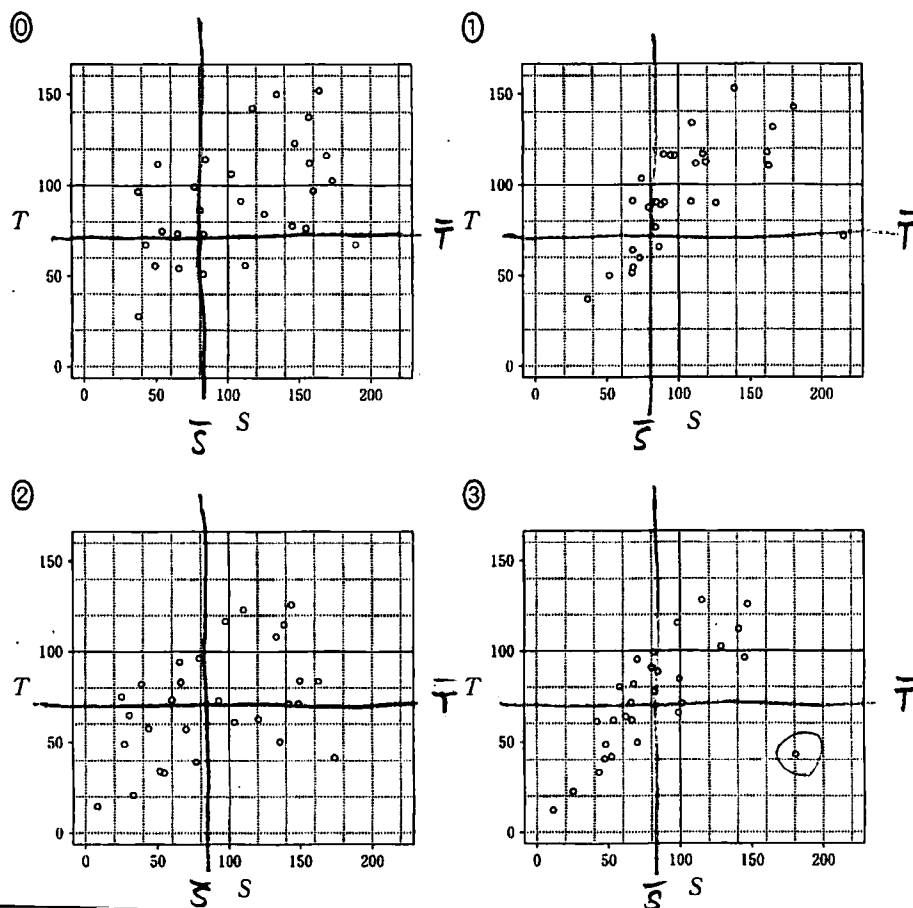
$$= \frac{735.3}{39.3 \times 29.9}$$

$$= 0.625 \dots$$

$$\therefore r = \boxed{0.63}$$

$$\begin{array}{r} 39.3 \\ \times 29.9 \\ \hline 3537 \\ 3537 \\ 786 \\ \hline 1175.07 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.625 \\ 1175.07 \overline{) 735.300} \\ \underline{705 \ 042} \\ 302580 \\ \underline{235014} \\ 675660 \\ \underline{587535} \\ 88125 \end{array}$$



上の散布図で T の平均が 81.8 より ②と①は不適

また $r = 0.63$ であるので ②か③である

③について、1つ外れ値がなければ $r \approx 0.9$ 前後と求められるが

この1つによって ③が解かと思われる

$\boxed{14}$ は ③

$$\left(\begin{array}{l} \text{②は } r \text{ が } 0.4 \sim 0.5 \\ \text{③は 外れ値なければ } r \approx 0.85 \end{array} \right)$$

(1) (i) 2人で交換会をするときの受けとり方はそれぞれが相手のものをもらう $\boxed{1}$ 通り
 全部で 2 通りなので 確率は $\boxed{\frac{1}{2}}$ $\begin{matrix} \text{イ} \\ \text{ウ} \end{matrix}$ $\left(\frac{12}{21} \right)$

(ii) 3人の場合 1回の交換でおける受けとり方は左の $\boxed{2}$ 通り $\begin{matrix} \text{エ} \\ \text{カ} \end{matrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{array} \right) \quad \text{全部で } 3! \text{ (通り) なので 確率は } \frac{2}{3!} = \frac{2}{6} = \boxed{\frac{1}{3}} \text{ オカ}$$

(iii) 3人で交換会を行うとき、4回でおやらない確率は $\left(\frac{2}{3}\right)^4$

$$\text{よって、4回以下の交換でおける確率は } 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{81-16}{81} = \boxed{\frac{65}{81}} \text{ キ7 ケコ}$$

(2) 4人でプレゼント交換をしたとき

1の人が自分のものをうけとり、他の3人がすべてちがう人のものをうけとり

場合は 2 通り

同様に 2 の人だけが自分のものをうけとる場合も 2 通り

3、4 の人の場合もそれぞれ 2 通りずつあるので $\begin{matrix} \text{サ} \\ \text{タ} \end{matrix}$

ちょうど1人だけが自分のものをうけとる場合は $2 \times 4 = \boxed{8}$ (通り)

ちょうど2人だけが自分のものをうけとるのは

どの2人かで $4C_2$ 通り、のこり2人の受けとり方はそれぞれ 1 通りなので

$$4C_2 \times 1 = \boxed{6} \text{ (通り)} \quad \begin{matrix} \text{シ} \\ \text{スセ} \end{matrix}$$

ちょうど3人だけが自分のものをうける場合はない、

4人とも自分のものをうけとるのは 1 通り

よって 1 回目の交換で交換会が終了しない場合は

$$8 + 6 + 1 = \boxed{15} \text{ (通り)} \quad \begin{matrix} \text{セ} \\ \text{タチ} \end{matrix}$$

$$\text{ゆえに、1回の交換で交換会が終了する確率は } 1 - \frac{15}{24} = \frac{24-15}{24} = \frac{9}{24} = \boxed{\frac{3}{8}} \quad \begin{matrix} \text{チ} \\ \text{ツ} \end{matrix}$$

(3) 5人で交換会をひらくとき.

・ 1人だけが自分のものをうけとる場合は

どの人がで 5通り, のこり4人が自分のものではないのは

$$(2)より 24-15=9 \text{ (通り)}$$

$$よって 5 \times 9 = 45 \text{ (通り)}$$

・ 2人だけが自分のものをうけとる場合は

どの人がで $5C_2$, のこり3人が自分のものではないのは (1)のより 2通り

$$よって 5C_2 \times 2 = 20 \text{ (通り)}$$

・ 3人だけが自分のものをうけとる場合は

どの人がで $5C_3$, のこり2人が自分のものではないのは 1通り.

$$よって 5C_3 \times 1 = 10 \text{ (通り)}$$

・ 4人だけが自分のものをうけとる場合はない

・ 5人すべてが自分のものをうけとる場合は 1通り

よって 1回の交換で交換会がおわる確率は

$$1 - \frac{45+20+10+1}{5!} = \frac{120-76}{120} = \frac{44}{120} = \boxed{\frac{11}{30}} \begin{matrix} \text{ナニ} \\ \text{ヌネ} \end{matrix}$$

(4) A~Eの5人が交換会をひらくとき, A~Dが自分以外のプレゼントをうけとったとき, その回で交換会がおわる条件つき確率は

$$\frac{(\text{5人すべてが自分以外のものの確率})}{(\text{A~Dが自分以外のものの確率})} \quad \text{である}$$

$$\text{分子は (3)より } \frac{44}{120}$$

分母は (3)の 44通りに加えて, Eが自分のものである9通りもあるので

$$\text{よって 求める条件つき確率は } \frac{\frac{44}{120}}{\frac{44+9}{120}} = \boxed{\frac{44}{53}} \begin{matrix} \text{ナニ} \\ \text{ヌネ} \end{matrix}$$

解答記号	正解	配点
ア	1	1
イウ	12	1
エ	2	2
オカ	13	1
キクコ	6581	2
サ	8	2
シ	6	2
スセ	15	1
ヤヨ	38	2
チツテト	1130	3
ナニヌネ	4453	3

$$(1) \quad 5^4 = 625 \equiv 1 \pmod{2^4=16} \text{ であるから}$$

$$5^4 \cdot x - 2^4 \cdot y = 1 \text{ から } \text{--- ①}$$

$$1 \cdot x - 0 \cdot y \equiv 1 \pmod{2^4=16}$$

$$\text{よって } x \equiv 1 \pmod{2^4=16} \text{ となるので}$$

$$x = 16k + 1 \quad (k \text{ は整数}) \text{ とできる}$$

$$\text{これを } 5^4 \cdot x - 2^4 \cdot y = 1 \text{ に代入すると}$$

$$5^4 \cdot (16k + 1) - 2^4 \cdot y = 1 \text{ より}$$

$$5^4 \cdot 16k + 5^4 - 1 = 2^4 \cdot y$$

$$5^4 \cdot 16k + 624 = 16 \cdot y$$

$$\text{よって } y = 5^4 \cdot k + 39 \quad (k \text{ は整数}) \text{ となる}$$

$$\text{ゆえに } (x, y) = (16k + 1, 625k + 39) \text{ であり}$$

x が正の整数で最小になるのは $k=0$ のときで

$$(x, y) = (\boxed{1}, \boxed{39}) \text{ である}$$

ア イ

また x が2桁の正の整数で最小になるのは $k=1$ のときで

$$(x, y) = (\boxed{17}, \boxed{664}) \text{ である}$$

エ オ カ キ ク

(1) (別解) ユークリッドの互除法での解法

$$625 = 16 \times 39 + 1 \text{ より}$$

$$5^4 - 2^4 \times 39 = 1 \text{ --- ② であり}$$

$$5^4 x - 2^4 y = 1 \text{ --- ① であるから}$$

$$\text{①}-\text{②より } 5^4(x-1) - 2^4(y-39) = 0 \text{ より}$$

$$5^4(x-1) = 2^4(y-39)$$

5^4 と 2^4 は互いに素より

$$\begin{cases} x-1 = 2^4 k \\ y-39 = 5^4 k \end{cases} \quad (k \text{ は整数}) \text{ となるから}$$

$$(x, y) = (2^4 k + 1, 5^4 k + 39)$$

$$(2) \quad 625^2 = (5^4)^2 = 5^{\boxed{8}} \quad \text{㉔あり}$$

$$m = 39 \text{ とすると } 625 = 16 \times 39 + 1 \text{ より}$$

$$625 = 2^4 m + 1 \text{ だから}$$

$$625^2 = (2^4 m + 1)^2 = 2^8 m^2 + 2^{\boxed{5}} m + 1$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 39 \overline{) 625} \\ \underline{39} \\ 235 \\ \underline{234} \\ 1 \end{array}$$

$$(3) \quad \text{以上のことから} \quad \begin{cases} 625^2 \equiv 5^8 \equiv 0 \pmod{5^5} & \text{--- (3)} \\ 625^2 \equiv 2^8 m^2 + 2^5 m + 1 \equiv 1 \pmod{2^5} & \text{㉔ある --- (4)} \end{cases}$$

$$\text{また} \quad \begin{cases} 5^5 x \equiv 0 \pmod{5^5} & \text{㉔あり --- (5)} \\ 5^5 x \equiv -2^5 y + 1 \equiv 0 + 1 \equiv 1 \pmod{2^5} & \text{--- (6) より} \end{cases}$$

$$\textcircled{3}-\textcircled{5} \text{ から } 625^2 - 5^5 x \equiv 0 \pmod{5^5}$$

$$\textcircled{4}-\textcircled{6} \text{ から } 625^2 - 5^5 x \equiv 1 - 1 \equiv 0 \pmod{2^5} \quad \text{㉔あり}$$

$$5^5 \text{ と } 2^5 \text{ は互いに素より } 625^2 - 5^5 x = 5^5 \times 2^5 l \quad (l \text{ は整数}) \text{ となるから}$$

$$\textcircled{2} \text{ から } 5^5 x = 5^8 - 5^5 \times 2^5 l \quad \text{より}$$

$$x = 5^3 - 2^5 l = 125 - 32 l \quad \text{となる}$$

$$x \text{ が 3 桁の整数で最小となるとき } l = 0 \text{ で } x = \boxed{125} \quad \text{サシ}$$

$$\text{このとき } \textcircled{2} \text{ は } 5^5 \times 5^3 - 2^5 y = 1 \text{ より}$$

$$2^8 m^2 + 2^5 m + 1 - 1 = 2^5 y$$

$$\text{よって } y = 2^3 m^2 + m = m(8m + 1)$$

$$= 39(8 \times 39 + 1)$$

$$= 39 \times 313$$

$$= \boxed{12207} \quad \text{㉔ある}$$

$$\text{セリ94ㄗ}$$

$$\begin{array}{r} 313 \\ \times 39 \\ \hline 2817 \\ 939 \\ \hline 12207 \end{array}$$

解答記号	正解	配点
アイウ	139	3
エオ	17	2
カキク	664	2
ケコ	85	2
サシス	125	3
セリ94ㄗ	12207	3
テト	19	3
チニヌノ	95624	2

20点

$$(4) \quad 11^4 \equiv 1 \pmod{2^4=16} \text{ であるから}$$

$$11^4 = 2^4 m_1 + 1 \text{ であるから } (m_1 \text{ は整数, } m_1 = 915)$$

$$11^8 = (2^4 m_1 + 1)^2 = 2^8 m_1^2 + 2^5 m_1 + 1$$

$$\text{以上のことから } \begin{cases} 11^8 \equiv 11^5 \times 11^3 \equiv 0 \pmod{11^5} & \text{--- (7)} \\ 11^8 \equiv 2^8 m_1^2 + 2^5 m_1 + 1 \equiv 1 \pmod{2^5} & \text{--- (8)} \end{cases}$$

$$\text{また } \begin{cases} 11^5 x \equiv 0 \pmod{11^5} & \text{--- (9) であり,} \\ 11^5 x = -2^5 y + 1 \equiv 0 + 1 \equiv 1 \pmod{2^5} & \text{--- (10) より} \end{cases}$$

$$\text{(7)-(9) から } 11^8 - 11^5 x \equiv 0 \pmod{11^5}$$

$$\text{(8)-(10) から } 11^8 - 11^5 x \equiv 0 \pmod{2^5} \text{ であり}$$

11^5 と 2^5 は互いに素より

$$11^8 - 11^5 x = 11^5 \cdot 2^5 \ell_1 \quad (\ell_1 \text{ は整数}) \text{ となるから}$$

$$11^5 x = 11^8 - 11^5 \cdot 2^5 \ell_1 \text{ より}$$

$$\begin{aligned} x &= 11^3 - 2^5 \ell_1 \\ &= 1331 - 32 \ell_1 \text{ となる} \end{aligned}$$

$$\text{ここで } 1331 = 32 \times 41 + 19 \text{ より}$$

$$x = 32(41 - \ell_1) + 19 \text{ となるから}$$

x が正の整数で最小となるのは $\ell_1 = 41$ のときで

$$x = \boxed{19}$$

テト

$$\text{また } 11^5 x - 2^5 y = 1 \text{ に } x = 11^3 - 2^5 \ell_1 \text{ を代入して}$$

$$11^5(11^3 - 2^5 \ell_1) - 2^5 y = 1 \text{ より}$$

$$11^8 - 2^5 \times 11^5 \ell_1 - 1 = 2^5 y$$

$$\text{(8) より } (2^8 m_1^2 + 2^5 m_1 + 1) - 2^5 \times 11 \times (2^4 m_1 + 1) \ell_1 - 1 = 2^5 y$$

$$\text{よって } y = 2^3 \cdot m_1^2 + m_1 - 11 \times 16 m_1 \ell_1 - 11 \ell_1$$

$$= m_1(8m_1 + 1 - 11 \times 16 \times \ell_1) - 11 \ell_1$$

$$m_1 = 915, \ell_1 = 41 \text{ より}$$

$$y = 915(8 \times 915 + 1 - 11 \times 16 \times 41) - 11 \times 41$$

$$= 915 \times (7321 - 7216) - 451$$

$$= 915 \times 105 - 451$$

$$= 96075 - 451$$

$$= \boxed{95624}$$

$$y = 2 \times 2 \times 1$$

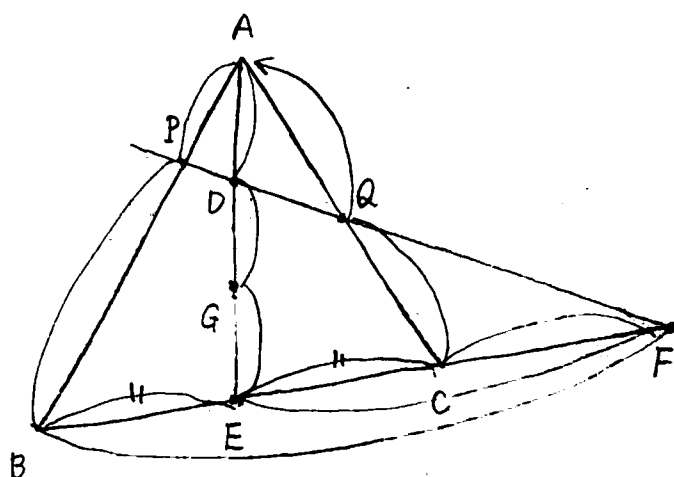
$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 1331} \\ \underline{11} \\ 23 \\ \underline{22} \\ 1 \\ \underline{11} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 915 \\ 16 \overline{) 14641} \\ \underline{144} \\ 241 \\ \underline{16} \\ 81 \\ \underline{80} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 11 \\ \hline 11 \\ 11 \\ \hline 121 \\ \times 11 \\ \hline 121 \\ 121 \\ \hline 1531 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ 32 \overline{) 1331} \\ \underline{128} \\ 51 \\ \underline{32} \\ 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 915 \\ 105 \\ \hline 4575 \\ 915 \\ \hline 96075 \end{array}$$



(1) Gは重心より $AG:GE = 2:1$

また DはAGの中点より

$$AD = DG = GE$$

よって $AD:DE = 1:2$ だから

$$\frac{AD}{DE} = \boxed{\frac{1}{2}} \text{ P}$$

また、メネラウスの定理より $\frac{BP}{PA} \times \frac{AD}{DE} \times \frac{EF}{FB} = 1$ だから

$$\frac{BP}{AP} \times \frac{1}{2} \times \frac{EF}{BF} = 1$$

$$\text{よって } \frac{BP}{AP} = \boxed{2} \times \boxed{\frac{BF}{EF}} \begin{array}{l} \text{エは ①} \\ \text{オは ③} \end{array}$$

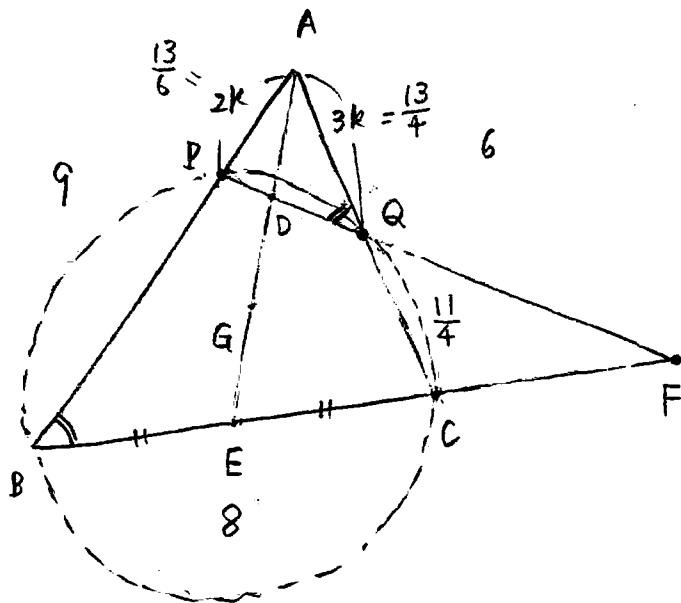
また、 $\frac{CQ}{AQ} \times \frac{AD}{DE} \times \frac{EF}{CF} = 1$ より $\frac{CQ}{AQ} \times \frac{1}{2} \times \frac{EF}{CF} = 1$

$$\text{よって } \frac{CQ}{AQ} = \boxed{2} \times \boxed{\frac{CF}{EF}} \begin{array}{l} \text{キは ②} \\ \text{クは ③} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{よって } \frac{BP}{AP} + \frac{CQ}{AQ} &= 2 \left(\frac{BF}{EF} + \frac{CF}{EF} \right) = 2 \times \frac{BF+CF}{EF} \\ &= 2 \times \frac{(2EC+CF)+CF}{EC+CF} \\ &= 2 \times \frac{2(EC+CF)}{EC+CF} = 2 \times 2 = \boxed{4} \text{ ケ} \end{aligned}$$

解答記号	正解	配点
アイ	12	2
ウエオ	213	2
カキク	223	2
ケ	4	2
コサ	32	2
シスセ	136	2
ソタチ	134	2
ツテトナ	4415	3
ニヌ	13	3

20点



(2) 方べきの定理より

$$AP \cdot AB = AQ \cdot AC \quad \text{だから}$$

$$9AP = 6AQ$$

$$\text{よって } AQ = \boxed{\frac{3}{2}} AP \quad \text{である}$$

$$\text{よって } \frac{BP}{AP} + \frac{CQ}{AQ} = 4 \text{ より}$$

$$\frac{9-2k}{2k} + \frac{6-3k}{3k} = 4 \quad \text{だから}$$

$$\frac{9}{2k} - 1 + \frac{2}{k} - 1 = 4$$

$$\frac{9}{2k} + \frac{4}{2k} = 6$$

$$\frac{13}{2k} = 6 \quad \text{よって } k = \frac{13}{12} \quad \text{である}$$

$$AP = 2k = \boxed{\frac{13}{6}} \text{ シテ}, \quad AQ = 3k = \boxed{\frac{13}{4}} \text{ ヲテ} \quad \text{となる}$$

$$\text{また (1) より} \quad \frac{CQ}{AQ} = 2 \times \frac{CF}{EF} \quad \text{だから} \quad \frac{6 - \frac{13}{4}}{\frac{13}{4}} = 2 \times \frac{CF}{EC + CF} \quad \text{より}$$

$$\frac{11}{13} = \frac{2CF}{4 + CF}$$

$$\text{よって } 11(4 + CF) = 26CF \text{ より}$$

$$15CF = 44 \quad \text{ゆえに } CF = \boxed{\frac{44}{15}} \text{ ヲテ} \quad \text{である}$$

$$(3) \quad (1) \text{ より} \quad \frac{BP}{AP} + \frac{CQ}{AQ} = 5 \times \left(\frac{BF}{EF} + \frac{CF}{EF} \right) = 5 \times 2 = 10 \quad \text{とわかるので}$$

$$\frac{AD}{DE} = \frac{1}{5} \quad \text{とわかる。よって } AD : DE = 1 : 5 \quad \text{であるので}$$

$$AD = \frac{1}{6} AE$$

$$\begin{aligned} \text{また } DG &= AE - AD - GE = AE - \frac{1}{6} AE - \frac{1}{3} AE \\ &= \frac{6-1-2}{6} = \frac{3}{6} AE \quad \text{だから} \end{aligned}$$

$$\frac{AD}{DG} = \frac{\frac{1}{6} AE}{\frac{3}{6} AE} = \boxed{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \quad \text{となる}$$