$|x+6| \leqq 2$ より

$-2 \leqq x+6 \leqq 2$

ゆえに $\underset{アイ}{\boxed{-8}} \leqq x \leqq \underset{ウエ}{\boxed{-4}}$

よって $|(1-\sqrt{3})(a-b)(c-d)+6| \leqq 2$ のとき

$-8 \leqq (1-\sqrt{3})(a-b)(c-d) \leqq -4$ であり

$1-\sqrt{3}$ は負より

$\dfrac{-8}{1-\sqrt{3}} \geqq (a-b)(c-d) \geqq \dfrac{-4}{1-\sqrt{3}}$ より

$\dfrac{-8(1+\sqrt{3})}{-2} \geqq (a-b)(c-d) \geqq \dfrac{-4(1+\sqrt{3})}{-2}$

$\underset{キ}{\boxed{4}}+\underset{ク}{\boxed{4}}\sqrt{3} \geqq (a-b)(c-d) \geqq \underset{オ}{\boxed{2}}+\underset{カ}{\boxed{2}}\sqrt{3}$

特に $(a-b)(c-d) = 4+4\sqrt{3}$ ―① であり

$(a-c)(b-d) = -3+\sqrt{3}$ ―② もなりたつとき

①より $ac-bc-ad+bd = 4+4\sqrt{3}$

②より $ab-bc-ad+cd = -3+\sqrt{3}$ であり

これらを辺々ひくと

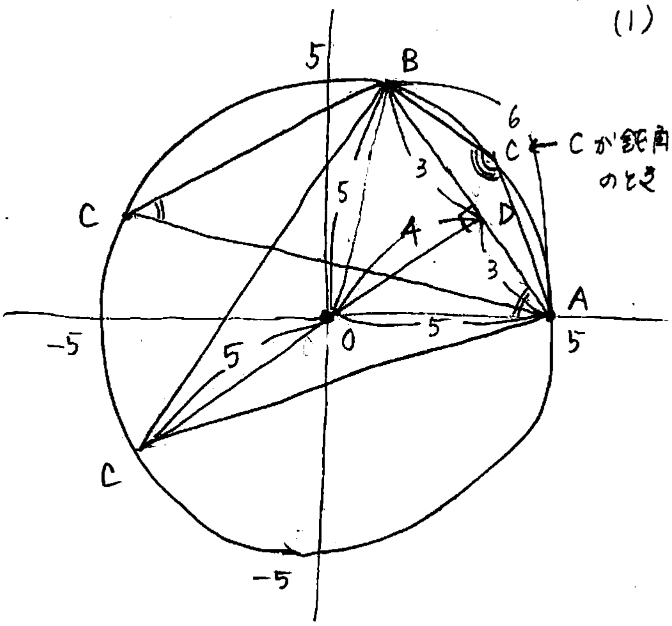
$a(c-b)+d(b-c) = 7+3\sqrt{3}$ より

$a(c-b)-d(c-b) = 7+3\sqrt{3}$

よって $(a-d)(c-b) = \underset{ケ}{\boxed{7}}+\underset{コ}{\boxed{3}}\sqrt{3}$ となる

解答記号	正解	配点
アイ	−8	2
ウエ	−4	1
オカ	22	2
キク	44	2
ケコ	73	3

10点



(1) 正弦定理より $2\times5=\dfrac{6}{\sin\angle ACB}$ だから

$\sin\angle ACB=\dfrac{6}{10}=\boxed{\dfrac{3}{5}}$ $\boxed{サ}$は ⓪

また∠ACBが鈍角のとき cos∠ACBは負より

$\cos\angle ACB=-\sqrt{1-\sin^2\angle ACB}$

$=-\sqrt{1-\left(\dfrac{3}{5}\right)^2}$

$=-\sqrt{\dfrac{16}{25}}=\boxed{-\dfrac{4}{5}}$ $\boxed{シ}$は ⑦

点Cを△ABCの面積が最大となるようにとるとき、$OA=OB=5$, $OD\perp AB$ より

$AD=BD=3$ だから $OD=\sqrt{OA^2-AD^2}=\sqrt{25-9}=4$

よって $\tan\angle OAD=\dfrac{OD}{AD}=\boxed{\dfrac{4}{3}}$ $\boxed{ス}$は④

また△ABCの面積は $\dfrac{1}{2}\times AB\times CD=\dfrac{1}{2}\times6\times9=\boxed{27}$ セソ

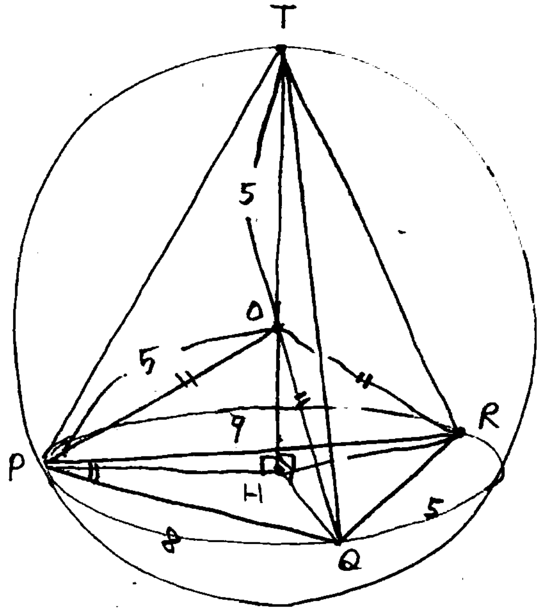
(2) $\cos\angle QPR=\dfrac{8^2+9^2-5^2}{2\times8\times9}=\dfrac{64+81-25}{2\times8\times9}=\dfrac{120}{2\times8\times9}=\boxed{\dfrac{5}{6}}$ タ チ

だから $\sin\angle QPR=\sqrt{1-\dfrac{25}{36}}=\dfrac{\sqrt{11}}{6}$

よって △PQRの面積は

$\dfrac{1}{2}\times8\times9\times\sin\angle QPR$

$=36\times\dfrac{\sqrt{11}}{6}=\boxed{6\sqrt{11}}$ である
ツテト



球の中心をOとするとTHはOを通り

$OP=OQ=OR$ であるから

$\triangle OPH\equiv\triangle OQH\equiv\triangle ORH$

よって $\boxed{PH=QH=RH}$ $\boxed{ナ}$は⑥ であり

Hは△PRQの外心より 正弦定理から $2PH=\dfrac{5}{\sin\angle QPR}$ より

$PH=\dfrac{5}{2\times\dfrac{\sqrt{11}}{6}}=\dfrac{15}{\sqrt{11}}$

よって $\mathrm{OH}=\sqrt{\mathrm{OP}^2-\mathrm{PH}^2}=\sqrt{25-\dfrac{225}{11}}$

$$=\sqrt{\frac{11\times25-25\times9}{11}}$$

$$=\sqrt{\frac{25\times2}{11}}=5\times\frac{\sqrt{22}}{11}$$

ゆえに三角錐TPQRの体積は

$$\frac{1}{3}\times(\triangle\mathrm{PQR})\times(\mathrm{TH})=\frac{1}{3}\times6\sqrt{11}\times\left(5+\frac{5\sqrt{22}}{11}\right)$$

$$=2\sqrt{11}\times5\left(1+\frac{\sqrt{22}}{11}\right)$$

$$=10\left(\sqrt{11}+\frac{\sqrt{2}\times11}{11}\right)$$

$$=\underset{\text{ニヌ}}{\boxed{10}}\left(\sqrt{\underset{\text{ネノ}}{\boxed{11}}}+\sqrt{\underset{\text{ハ}}{\boxed{2}}}\right)$$ となる

解答記号	正解	配点
サ	0	3
シ	7	3
ス	4	2
セソ	27	2
タチ	56	2
ツテト	611	3
ナ	6	2
ニヌネノハ	10112	3

20点

全部で52

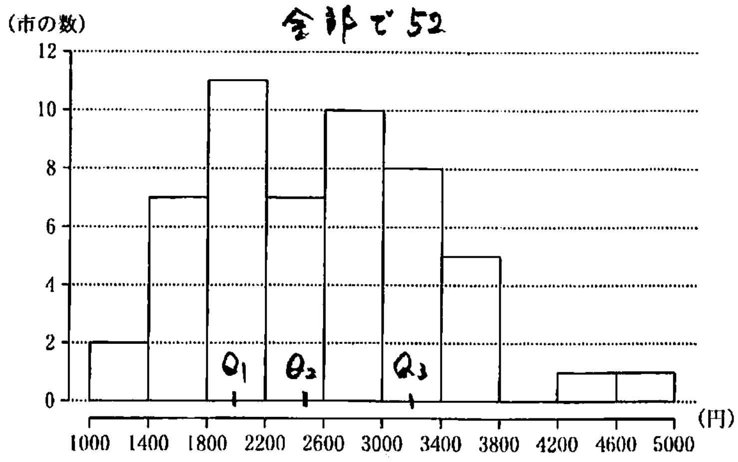


図1　かば焼きの支出金額のヒストグラム

度数	2	7	11	7	10	8	5	1	1
累積度数	2	9	20	27	37	45	50	51	52

(1) $52 \div 4 = 13$

$\boxed{1 \quad 13}$ $\boxed{14 \quad 26}$ $\boxed{27 \quad 39}$ $\boxed{40 \quad 52}$

Q_1　Q_2　Q_3

左の累積度数より

第1四分位数は

$\boxed{②\ 1800 \sim 2200}$ ア

第3四分位数は

$\boxed{⑤\ 3000 \sim 3400}$ イ

四分位範囲は

$3000 - 2200 = 800$

$3400 - 1800 = 1600$ より

$\boxed{①\ 800より大きく1600より小さい}$ ウ

(2)

東側E (19市)

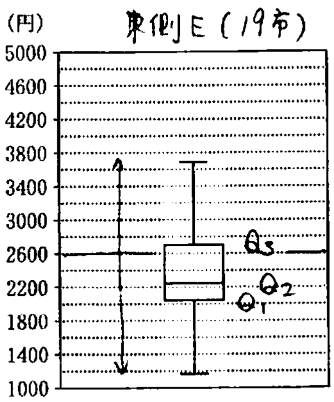


図2　地域Eにおけるかば焼きの支出金額の箱ひげ図

西側W (33市)

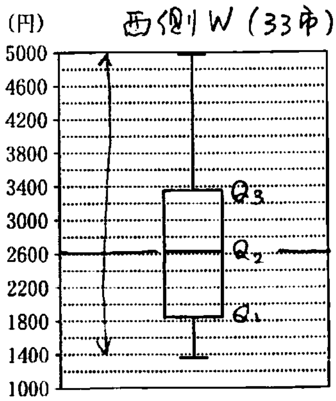


図3　地域Wにおけるかば焼きの支出金額の箱ひげ図

$\boxed{1 \sim 4}$ ⑤ $\boxed{6 \sim 9}$ ⑩ $\boxed{11 \sim 14}$ ⑮ $\boxed{16 \sim 19}$ 東側

↑Q_1　↑Q_2　↑Q_3

Eの小さい方から5番目はQ_1

(i)

$\boxed{エ}$ の解答群

- ⓪ 地域Eにおいて，小さい方から5番目は2000以下である。
- ① 地域Eと地域Wの範囲は等しい。
- ② 中央値は，地域Eより地域Wの方が大きい。
- ③ 2600未満の市の割合は，地域Eより地域Wの方が大きい。

⓪ のEのQ_1は $2000 \sim 2200$ なので正しくない

① Eの範囲 $3700 - 1200 = 2500$

Wの範囲 $5000 - 1400 = 3600$ で等しくないので正しくない

② Q_2はWの方が大きいので正しい

③ 2600未満の市の割合は，Q_2と比べると

Eは50%より大きいが

Wは50%より小さい

よって正しくない

ゆえに $\boxed{エ}$ は ②

$\boxed{オ}$ の解答群

- ⓪ 2乗を合計した値
- ① 絶対値を合計した値
- ② 2乗を合計して地域Eの市の数で割った値
- ③ 絶対値を合計して地域Eの市の数で割った値
- ④ 2乗を合計して地域Eの市の数で割った値の平方根のうち正のもの
- ⑤ 絶対値を合計して地域Eの市の数で割った値の平方根のうち正のもの

(ii) 分散は偏差の2乗の平均だから

$\boxed{オ}$ は ② が正しい

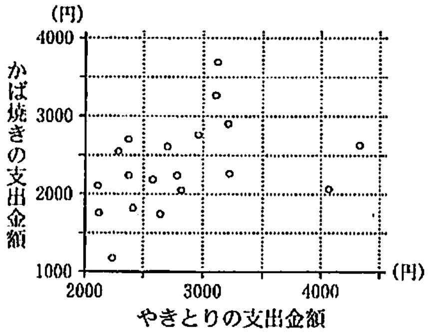


図4　地域Eにおける，やきとりとかば焼きの支出金額の散布図

表1　地域Eにおける，やきとりとかば焼きの支出金額の平均値，分散，標準偏差および共分散

	平均値	分　散	標準偏差	共分散
やきとりの支出金額	2810	348100	590	124000
かば焼きの支出金額	2350	324900	570	

$\boxed{カ}$ については，最も適当なものを，次の⓪〜⑨のうちから一つ選べ。

⓪ −0.62	① −0.50	② −0.37	③ −0.19
④ −0.02	⑤ 0.02	⑥ 0.19	⑦ 0.37
⑧ 0.50	⑨ 0.62		

(3) やきとりとかば焼きの支出金額の相関係数は
共分散を2つの標準偏差でわって求められるから

$$\frac{124000}{590\times570}$$

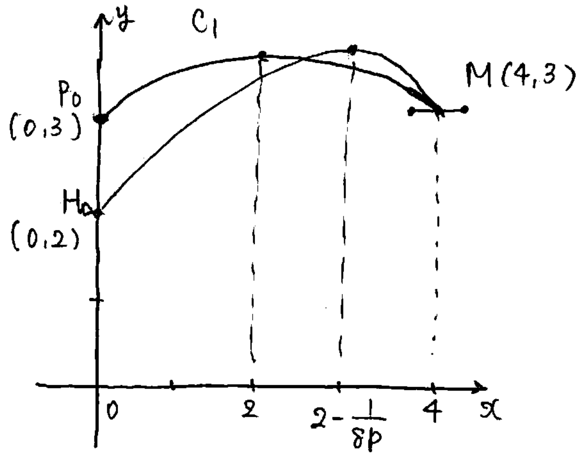
$$=\frac{1240}{59\times57}=\frac{1240}{3363}\fallingdotseq 0.37$$

$$\begin{array}{r} 0.3 \\ 3363\,\overline{)\,1240} \\ 10089 \\ \hline 2311 \end{array}$$

よって $\boxed{カ}$ は ⑦

解答記号	正解	配点
ア	2	2
イ	5	2
ウ	1	2
エ	2	3
オ	2	3
カ	7	3

15点



(1) C_1の軸は $x=2$ となるから

$y=a(x-2)^2+b$ とおけて

$y=ax^2-4ax+4a+b$

y切片は 3より

$y=ax^2-\underset{キ}{\boxed{4}}ax+\underset{ク}{\boxed{3}}$ となる

このとき $y=a(x-2)^2+3-4a$ となるから

シュートの高さは $-\underset{ケ}{\boxed{4}}a+\underset{コ}{\boxed{3}}$ となる

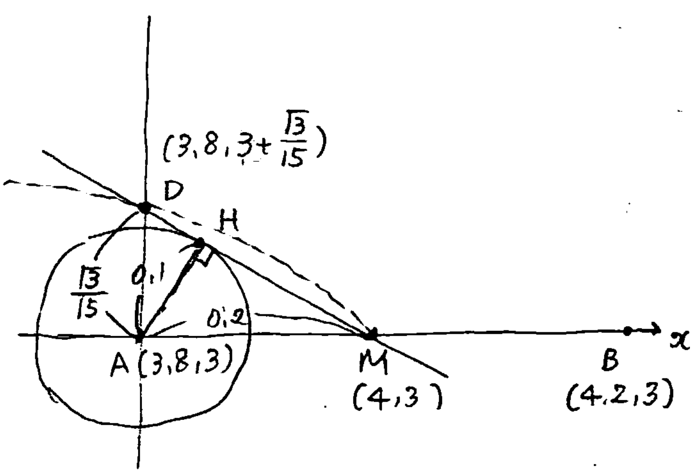
放物線C_2のx^2の係数がpのとき

$$y=p\left\{x-\left(2-\frac{1}{8p}\right)\right\}^2-\frac{(16p-1)^2}{64p}+2$$ とできて

頂点のx座標が Mのx座標に近いのは 花子さんの方である

$\boxed{サ}$ は ②

(2) 放物線C_1が $D\left(3.8,\ 3+\frac{\sqrt{3}}{15}\right)$ を通るとき



$3+\frac{\sqrt{3}}{15}=a\times3.8^2-4a\times3.8+3$ より

$\frac{\sqrt{3}}{15}=3.8a\times(3.8-4)$

$\frac{\sqrt{3}}{15}=-0.2\times3.8a$

$\frac{\sqrt{3}}{15}=-0.76a$

$a=-\frac{\cancel{100}^{\cancel{20}\,5}}{\cancel{76}_{\cancel{38}\,19}}\times\frac{\sqrt{3}}{\cancel{15}_{3}}=-\frac{5\sqrt{3}}{57}$

よって $y=-\underset{セソ}{\frac{\overset{シス}{\boxed{5\sqrt{3}}}}{\boxed{57}}}(x^2-4x)+3$ となる

プロ選手のシュートの高さは $-4a+3=-4\times\left(-\frac{5\sqrt{3}}{57}\right)+3=\frac{20\sqrt{3}+171}{57}$ であり

$\sqrt{3}\fallingdotseq1.73$ のとき $\frac{20\sqrt{3}+171}{57}=\frac{34.6+171}{57}=\frac{205.6}{57}\fallingdotseq3.60$

$$\begin{array}{r} 3.60 \\ 57\,\overline{)\,205.6} \\ \underline{171} \\ 346 \\ \underline{342} \\ 40 \end{array}$$

よって 花子さんのシュートの高さは 3.4 より

プロ選手の方が 高い（$\boxed{タ}$ は ⓪）

その差は 0.2m だから ボール1個分 となる

$\boxed{チ}$ は ⓪

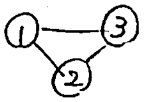
解答記号	正解	配点
キク	43	3
ケコ	43	3
サ	2	3
シスセソ	5357	3
タチ	00	3
		15点

(1) ①—②—③—④ では ①は5通り、②,③,④はそれぞれ前の色以外の4通りだから

図B

$5\times4\times4\times4=\boxed{320}$ (通り)

アイウ

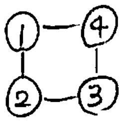
(2)  では ①は5通り. ②は①以外の4通り.

③は①②以外の3通りより

図C

$5\times4\times3=\boxed{60}$ (通り)

エオ

(3)  において 赤をちょうど2回つかうぬり方は

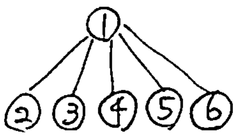
①③が赤 または ②④が赤の 2通りで

のこりの2か所は 赤以外のそれぞれ4通り

図D

よって $2\times4\times4=\boxed{32}$ (通り)

カキ

(4)  のとき. ①は②〜⑥のいずれともちがう色でなければいけないので

①に赤や青がくることはない

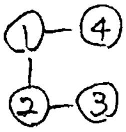
よって①は 3通り.

図E

②〜⑥は 赤赤赤青青の順列を考えて $\dfrac{5!}{3!2!}=\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}=10$.

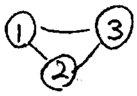
よって $3\times10=\boxed{30}$ (通り)

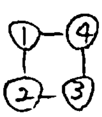
クケ

(5)  図Fの塗り方は 図Bと同じだから 320通り

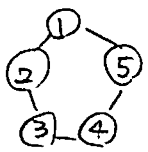
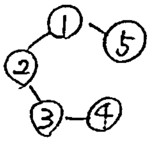
そのうち ③と④が同じ塗り方になるのは

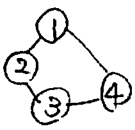
図F

 $\boxed{コ}$は ② と同じであり. $5\times4\times3=60$

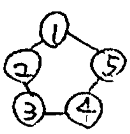
よって  の図の塗り方は $320-60=260$ より $\boxed{260}$通り

サシス

(6)  (5)同様に考えると  の塗り方は $5\times4\times4\times4\times4=1280$

このうち ⑤と④が同じ塗り方になるのは  と同じで

(5)の 260通り

よって  の塗り方は $1280-260=1020$より

$\boxed{1260}$ 通り

セソタチ

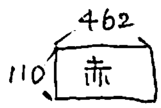
解答記号	正解	配点
アイウ	320	3
エオ	60	3
カキ	32	3
クケ	30	3
コ	2	3
サシス	260	2
セソタチ	1020	3

20点

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 462 & 110 \\ \hline 11 & 231 & 55 \\ \hline & 21 & 5 \end{array}$$

(1) 462と110の両方を割り切る素数のうち最大のものは $\boxed{22}$ アイ

$$\left(\begin{array}{l} 462 = 2\times 11\times 3\times 7 \\ 110 = 2\times 11\times 5 \end{array} \right)$$



また462と110の最小公倍数は $2\times 11\times 3\times 5\times 7 = 2310$ より

並べてできる正方形のうち辺の長さの最小は $\boxed{2310}$ ウエオカ

横の長さと縦の長さの差の絶対値が最小となる場合を考える

$$|462m - 110n| = |22\times 3\times 7m - 22\times 5n|$$

$$= 22|21m - 5n| \quad (m, n \text{は自然数})$$ のときであり

正方形でないなら、$(m, n) = (1, 4)$ のとき　差の絶対値は $\boxed{22}$ キク で最小である

縦が横より22長い長方形のうち、横の長さが最小のものを考える

$5n - 21m = 1$ ① をとけばよい

$(n, m) = (-4, -1)$ は解なので

$5\times(-4) - 21\times(-1) = 1$ ―② であり

①−②より　$5(n+4) - 21(m+1) = 0$ から

$5(n+4) = 21(m+1)$

5, 21は互いに素より

$$\begin{cases} n+4 = 21k \\ m+1 = 5k \end{cases} \quad (k\text{は整数})$$

よって $$\begin{cases} n = 21k - 4 \\ m = 5k - 1 \end{cases}$$

m, n は正より　$21k - 4 > 0$ かつ $5k - 1 > 0$ から

$k > \frac{4}{21}$ かつ $k > \frac{1}{5}$

ゆえに $k = 1, 2, 3, \cdots$ となるから

m の最小は $k = 1$ のときで $m = 4$、このとき $n = 17$

よって横の長さは $462m = 462\times 4 = \boxed{1848}$ ケコサシ

(2)

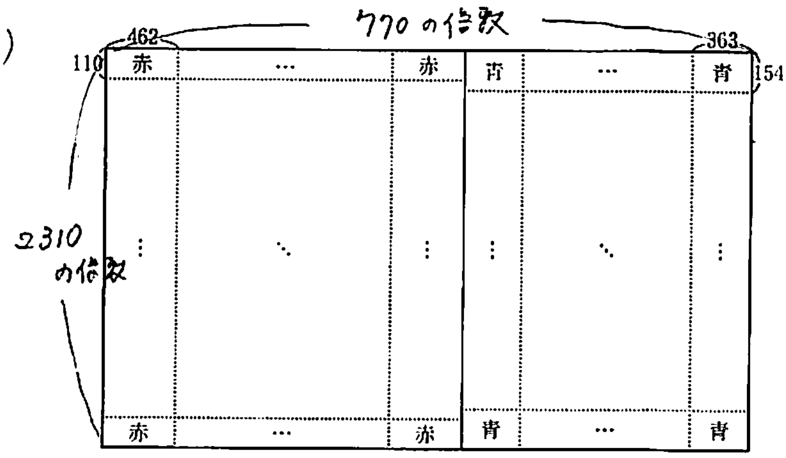


図 2

$$\begin{array}{r|ll} 2 & 110, & 154 \\ \hline 11 & 55, & 77 \\ \hline & 5, & 7 \end{array}$$

$\begin{cases} 110 = 2\times11\times5 \\ 154 = 2\times11\times7 \end{cases}$ だから

110と154の最小公倍数は

$2\times11\times5\times7 = 770.$

ゆえに縦の長さの最小は $\underset{スセソ}{\boxed{770}}$

よって縦の長さは770の倍数となる

$$\begin{array}{r|ll} 3 & 462 & 363 \\ \hline 11 & 154 & 121 \\ \hline & 14 & 11 \end{array}$$

$\begin{cases} 462 = 3\times11\times2\times7 \\ 363 = 3\times11^2 \end{cases}$ だから

462と363の最大公約数は $3\times11 = \overset{タチ}{\boxed{33}}$

33の倍数のうちで770の倍数でもあるものは

$$\begin{array}{r|ll} 11 & 33 & 770 \\ \hline & 3 & 70 \end{array}$$

$11\times3\times70 = \underset{ツテトナ}{\boxed{2310}}$ である

よって $462x+363y = 2310z$ （x, y, z は自然数）とできるから

$\cancel{3\times11}\times2\times7x + \cancel{3\times11}^{2}y = \cancel{3\times11}\times7\times2\times5z$ より

$14x + 11y = 70z$

$11y = 70z - 14x$

$11y = 14(5z - x)$

11と14は互いに素より

$\begin{cases} y = 14l \\ 5z - x = 11l \end{cases}$ （l は自然数）となるから

$\begin{cases} y = 14l \\ x = 5z - 11l \end{cases}$ —③

x は自然数より $l = 1, z = 3$ で

x, y は最小の組 $(x, y) = (4, 14)$ となって

$2310z = 2310\times3 = 6930$

ゆえに最小の1辺の長さは $\underset{ニヌネノ}{\boxed{6930}}$ となる

解答記号	正解	配点
マイ	11	2
ウエオカ	2310	3
キク	22	3
ケコサシ	1848	3
スセソ	770	2
タチ	33	2
ツテトナ	2310	2
ニヌネノ	6930	3

20点

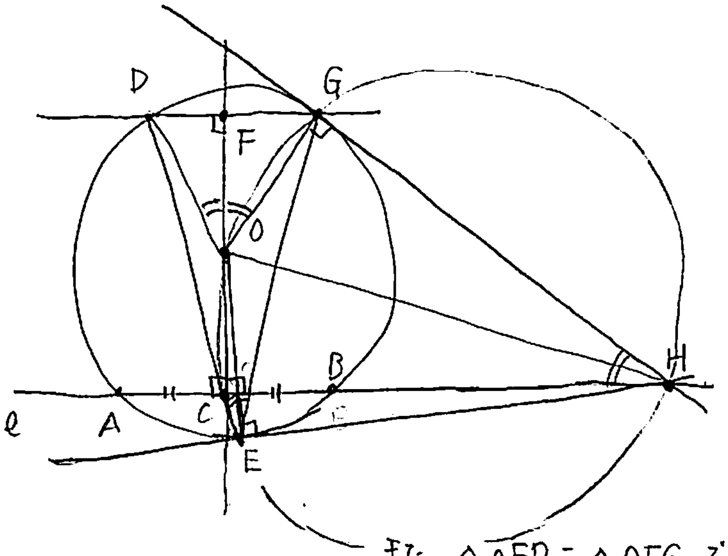
(③のとき　$462x + 363y$

$= 3\times11\times2\times7\times14l + 3\times11^2\times(5z - 11l)$

$= 3\times11(2\times7\times14 - 11^2)l + 3\times11^2\times5z$

$= 3\times11(14+11)(14-11)l + 3\times11^2\times5z$

$= 3^2\times11\times25l + 3\times11\times5z = 3\times11\times5(3\times5l + z)$ より $(l, z) = (1, 3)$ で最小)



(1)　EH が 円O の接線であることを示すためには

$\angle OEH = \boxed{90}^\circ$ であることを示せばよい
アイ

手順1の Step1 と Step4 により

C, G, H, $\boxed{O}$ は同一円周上にある
ウは③

よって $\angle CHG = \boxed{\angle FOG}$
エは④

また $\triangle OFD \equiv \triangle OFG$ であるから $\angle FOD = \angle FOG$ であり

円周角の定理より $\angle DEG = \frac{1}{2}\angle DOG$ であるから

$\boxed{\angle DEG} = \angle FOG$
オは③

よって $\angle CHG = \angle DEG$ であるので

四点 C, G, H, $\boxed{E}$ は 同一円周上にある
カは②

この円が点 O を通ることにより、円周角の定理より

$\angle OEH = \angle OCH = 90^\circ$ である

解答記号	正解	配点
アイ	90	2
ウ	3	2
エ	4	3
オ	3	3
カ	2	2
キ	3	3
クケコ	362	3
サ	7	2
		20点

(2)　$\angle OPT = \angle OST = 90^\circ$ より

$\angle OPT + \angle OST = 180^\circ$ だから

四角形 OPTS は円に内接するので

QS の中点を M とすると

$\angle PTS = \angle MOS$

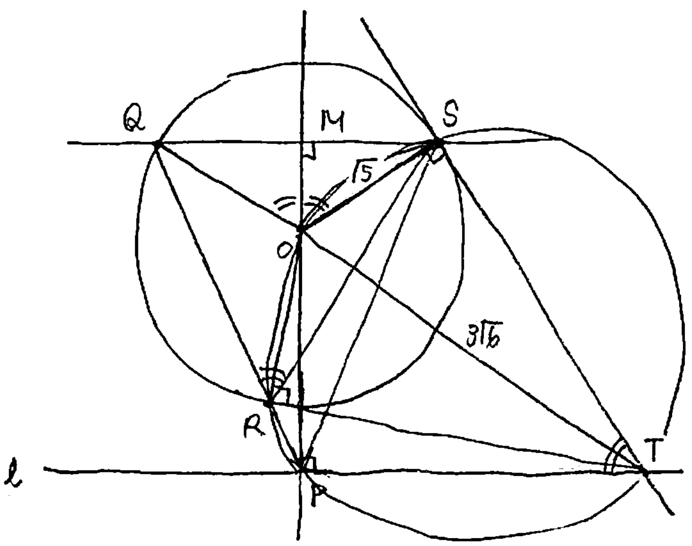
また $\angle MOS = \angle MOQ$ であるから

$\angle QOS = 2 \cdot \angle MOS$

また $\overset{\frown}{QS}$ の円周角定理より

$\angle QRS = \frac{1}{2} QOS$

よって　$\angle PTS = \boxed{\angle QRS}$　キは③



よって 4点 S, R, P, T は 同一円周上より、5点 O, R, P, T, S が同一円周上となる

$\angle OST = \angle OPT = 90^\circ$ より OT はその直径であるから

O, P, R を通る円の半径は $\boxed{\frac{3\sqrt{6}}{2}}$ クケコ

また $\angle ORT = 90^\circ$ より $RT = \sqrt{OT^2 - OR^2} = \sqrt{(3\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2} = \sqrt{54-5} = \boxed{7}$ サ

となる