数学Ⅰ・数学Ａ　(100点満点)

問題番号(配点)	解答記号	正解	配点
第1問 (30)	ア	7	2
	イ，ウ	7，3	2
	エオカ	−56	2
	キク	14	2
	ケ，コ，サ	3，6，0	2
	シ	4	4
	ス，セ	4，0	4
	ソ，タ，チ	7，4，2	4
	ツ	3	4
	テ，ト，ナ，ニ	7，5，0，1	4
第2問 (30)	ア	9	3
	イ	8	3
	ウエ	12	2
	オ	8	1
	カキ	13	2
	$ク-\sqrt{ケ}+\sqrt{コ}$	$3-\sqrt{3}+\sqrt{2}$	4
	サ	8	2
	シ	6	2
	ス	4	2
	セ	0	2
	ソ.タチ	3.51	2
	ツ	1	2
	テ	1	3

(注) 第1問，第2問は必答。第3問～第5問のうちから2問選択。計4問を解答。

問題番号(配点)	解答記号	正解	配点
第3問 (20)	$\frac{ア}{イ}$	$\frac{1}{2}$	2
	ウ	6	2
	エオ	14	2
	$\frac{カ}{キ}$	$\frac{7}{8}$	2
	ク	6	2
	$\frac{ケ}{コ}$	$\frac{2}{9}$	2
	サシ	42	2
	スセ	54	2
	ソタ	54	2
	$\frac{チツ}{テトナ}$	$\frac{75}{512}$	2
第4問 (20)	アイウ	104	2
	エオカ	103	3
	キク	64	2
	ケコサシ	1728	3
	スセ，ソ	64，6	3
	タチツ	518	4
	テ	3	3
第5問 (20)	ア	0	2
	イ：ウ	1：4	3
	エ：オ	3：8	2
	カ	5	3
	キク，ケ	45，0	3
	コ，サ，シ	1，0，2	4
	ス，セ	2，2	3

第1問 [1]

$3^2=9$
$3.5^2=12.25$
$4^2=16$

より $3.5<\sqrt{13}<4$ だから
$7<2\sqrt{13}<8$ —①

$$\begin{array}{r} 3.5 \\ \times\, 3.5 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

よって $n<2\sqrt{13}<n+1$ をみたす整数 n は $\boxed{7}$ ア

$a=2\sqrt{13}-7$ —②

$b=\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{2\sqrt{13}-7}=\dfrac{2\sqrt{13}+7}{4\times13-49}=\dfrac{\overset{イ}{\boxed{7}}+2\sqrt{13}}{\underset{ウ}{\boxed{3}}}$ —③ ④

また $a^2-9b^2=(a+3b)(a-3b)$
$=\{(2\sqrt{13}-\cancel{7})+(\cancel{7}+2\sqrt{13})\}\{(\cancel{2\sqrt{13}}-7)-(7+\cancel{2\sqrt{13}})\}$
$=4\sqrt{13}\times(-14)=\underset{エオカ}{\boxed{-56}}\sqrt{13}$

①から $\dfrac{7}{2}<\sqrt{13}<4$ —⑤ がなりたつ

①④から $14<7+2\sqrt{13}<15$ より $\dfrac{14}{3}<\dfrac{7+2\sqrt{13}}{3}<5$ であるから

$\dfrac{m}{3}<b<\dfrac{m+1}{3}$ をみたす m は $m=\underset{キク}{\boxed{14}}$

よって $\dfrac{3}{15}<a<\dfrac{3}{14}$ —⑥ がなりたつ

$\sqrt{13}$ の整数部分は $\overset{ケ}{\boxed{3}}$ であり

②⑥より $\dfrac{1}{5}+7<a+7<\dfrac{3}{14}+7$ だから
$\dfrac{36}{5}<2\sqrt{13}<\dfrac{101}{14}$ だから
$3.6=\dfrac{18}{5}<\sqrt{13}<\dfrac{101}{28}<3.607$

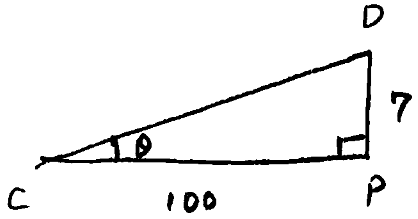
$$\begin{array}{r} 3.607 \\ 28\,)\overline{101} \\ 84 \\ \hline 170 \\ 168 \\ \hline 200 \\ 196 \end{array}$$

よって $\sqrt{13}$ の小数第1位の数は $\boxed{6}$ コ
小数第2位の数は $\boxed{0}$ サ

解答記号	正解	配点
ア	7	2
イウ	73	2
エオカ	−56	2
キク	14	2
ケコサ	360	2

10点

[2]



$\angle DCP = \theta$ とすると

$\tan\theta = \dfrac{7}{100}$

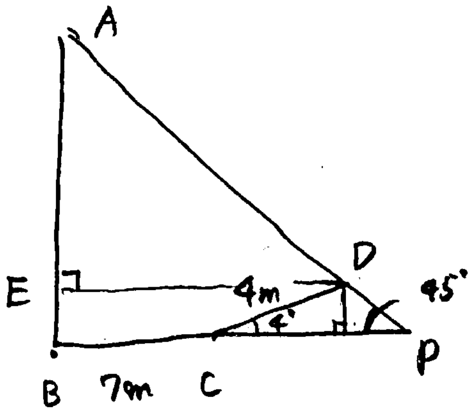
$\tan 4^\circ = 0.0699$

$\tan 5^\circ = 0.0875$ より $\tan 4^\circ < \tan\theta < \tan 5^\circ$

よって $4^\circ < \angle DCP < 5^\circ$ となるので

$n = \boxed{4}$ シ

以下 $\angle DCP$ の大きさが 4° とすると



$BE = CD \sin\angle DCP$

$= \boxed{4} \times \boxed{\sin\angle DCP}$

ス　セ は ⓪

$DE = \boxed{7} + \boxed{4} \times \boxed{\cos\angle DCP}$

ソ　タ　チ は ②

よって電柱の高さは

$BE + AE = BE + DE$

$= 4\sin\angle DCP + 7 + 4\cos\angle DCP$

$= 4\sin 4^\circ + 7 + 4\cos 4^\circ$

$= 7 + 4(0.0698 + 0.9976)$

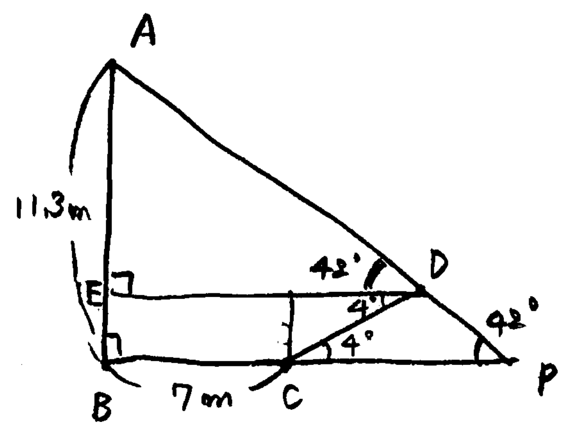
$= 7 + 4 \times 1.0674$

$= 7 + 4.2696$

$= 11.2696$

ゆえに約 $\boxed{11.3}$ m

ツ は ③



$\frac{AB}{BP} = \tan 42°$

また $\frac{AE}{DE} = \tan 42°$ より

$AE = DE \tan 42°$

よって $11.3 - CD\sin 4° = (CD\cos 4° + 7)\tan 42°$ より

$CD(\cos 4 \times \tan 42° + \sin 4°) = 11.3 - 7 \times \tan 42°$

ゆえに $CD = \dfrac{AB - \boxed{7} \times \boxed{\tan 42}}{\boxed{\sin 4°} + \boxed{\cos 4°} \times \tan 42°}$　ト は 5

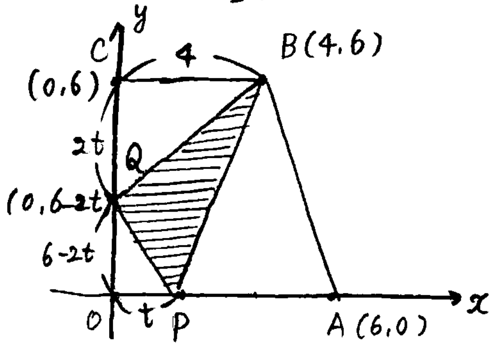
ナ は 0　ニ は 1

解答記号	正解	配点
シ	4	4
スセ	40	4
ソタチ	742	4
ツ	3	4
テトナニ	7501	4

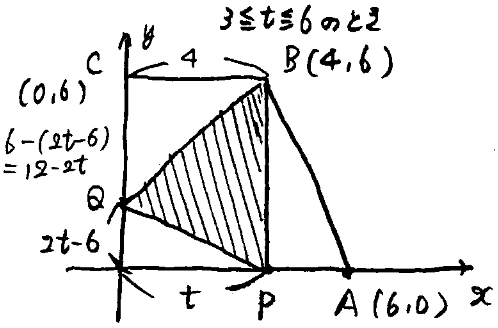
20点

第2問［1］

0≦t≦3のとき



3≦t≦6のとき

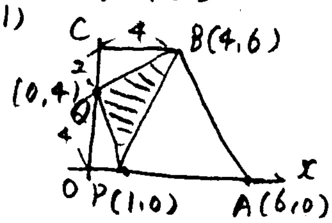


解答記号	正解	配点
ア	9	3
イ	8	3
ウエ	12	2
オ	8	1
カキ	13	2
クケコ	332	4
		15点

t秒後のPの位置は $(t,0)$

Qの位置は $\begin{cases}(0,\ 6-2t) & (0\leqq t\leqq 3)\\ (0,\ 2(t-3)) & (3\leqq t\leqq 6)\end{cases}$

(1) t=1なら



△PBQの面積は

$\frac{1}{2}(1+4)\times 6-\frac{1}{2}\times 2\times 4-\frac{1}{2}\times 1\times 4$

$=\frac{1}{2}(30-8-4)$

$=\frac{18}{2}=\boxed{9}_{ア}$

(2) △PBQの面積をSとすると

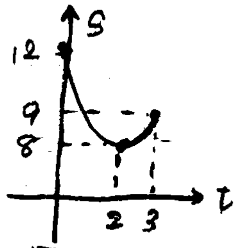
0≦t≦3のとき

$S=\frac{1}{\cancel{2}}(t+4)\times\overset{3}{\cancel{6}}-\frac{1}{2}\times 2t\times 4-\frac{1}{2}\times t\times(6-2t)$

$=3t+12-4t-t(3-t)$

$=t^2-4t+12$

$=(t-2)^2+8$



よって面積の最小値は $\boxed{8}_{イ}$

最大値は $\boxed{12}_{ウエ}$ となる

(3) 3≦t≦6のとき

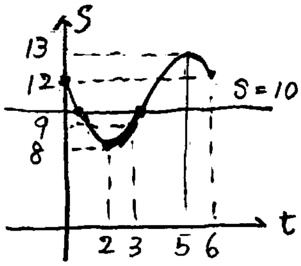
$S=\frac{1}{2}(4+t)\times 6-\frac{1}{2}\times t(2t-6)-\frac{1}{2}\times 4(12-2t)$

$=3(4+t)-t(t-3)-2(12-2t)$

$=-t^2+10t-12$

$=-(t-5)^2+13$　よって 面積の最大値は 13

最小値は 9



以上のことから 0≦t≦6 のとき 面積の最大値は $\boxed{13}$ カキ

最小値は $\boxed{8}$ オ

(4) (i) 0≦t≦3のとき

S≦10とくと

$(t-2)^2+8\leqq 10$ より

$(t-2)^2-2\leqq 0$

$(t-2-\sqrt{2})(t-2+\sqrt{2})\leqq 0$

よって $2-\sqrt{2}\leqq t\leqq 2+\sqrt{2}$ で

0≦t≦3より $2-\sqrt{2}\leqq t\leqq 3$ —①

(ii) 3≦t≦6のとき

S≦10とくと

$-(t-5)^2+13\leqq 10$ より

$(t-5)^2-3\geqq 0$

$(t-5+\sqrt{3})(t-5-\sqrt{3})\geqq 0$

$t\leqq 5-\sqrt{3},\ 5+\sqrt{3}\leqq t$

3≦t≦6より $3\leqq t\leqq 5-\sqrt{3}$ —②

①②より $(5-\sqrt{3})-(2-\sqrt{2})=\boxed{3}_{ク}-\sqrt{\boxed{3}_{ケ}}+\sqrt{\boxed{2}_{コ}}$ (秒)となる

［2］

(1)

(i)

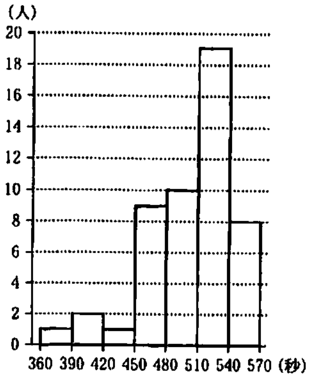


図1　Aのヒストグラム

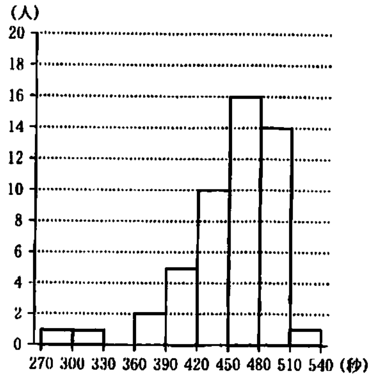


図2　Bのヒストグラム

解答記号	正解	配点
サ	8	2
シ	6	2
ス	4	2
セ	0	2
ソタチ	351	2
ツ	1	2
テ	1	3
		15点

⑧ 510～540

図1からAの最頻値は階級 $\boxed{サ}$ の階級値である。また，図2からBの中央値が含まれる階級は $\boxed{シ}$ である。

⑥ 450～480

(ii)

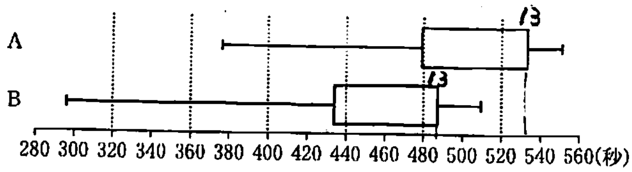
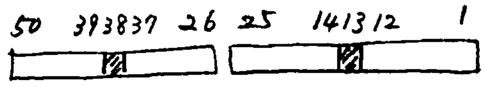


図3　AとBの箱ひげ図



BとAの13番目のタイム差は

おおむね $530 - 485 = \boxed{45}$

$\boxed{ス}$ は④

Aの四分位範囲はおよそ $530 - 480 = 50$

Bの四分位範囲はおよそ $485 - 435 = 50$

よってその差は $\boxed{0以上20未満}$　$\boxed{セ}$ は⓪

(iii)

表1　1位の選手のベストタイム，平均値，標準偏差

データ	1位の選手のベストタイム	平均値	標準偏差
A	376	504	40
B	296	454	45

Bの1位の選手のベストタイムに対するその値は

$296 = 454 + z \times 45$ より

ソタチ

$$z = \frac{296-454}{45} = -\frac{158}{45} \fallingdotseq -\boxed{3.51}$$

$$45 \overline{\big)158} = 3.511$$

$158 - 135 = 230$, $230 - 225 = 50$, $50 - 45 = 50$

同じくAでは　$376 = 504 + z \times 40$ より

$$z = \frac{376-504}{40} = -\frac{128}{40} = -3.2$$

$$40 \overline{\big)128} = 3.2$$

$128 - 120 = 80$

よってベストタイムはBが速く，zもBが優れているので $\boxed{ツ}$ は①

(2)

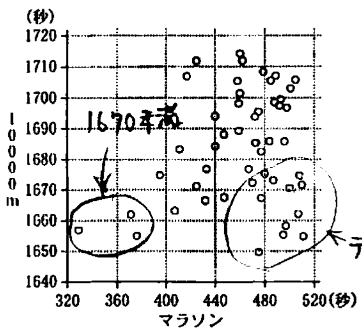


図4　マラソンと10000 mの散布図

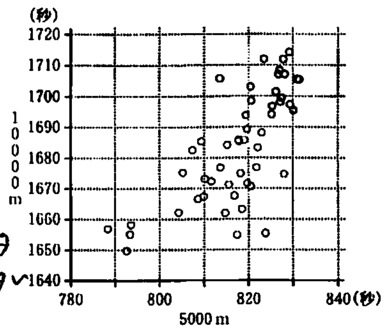


図5　5000 mと10000 mの散布図

マラソンの3番目までの人は10000mが1670秒未満は正しいので(a)は正

マラソンと10000mの方は右下にデータが多いので相関は弱いので(b)は誤

よって $\boxed{テ}$ は①

第3問

(1) A, B 1枚ずつで合計2枚のとき

(i) 2回の試行でA, Bがそろっている確率は全体からすべてA, すべてBの確率をひいて

$1-\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=1-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=\boxed{\frac{1}{2}}$ ア イ

(ii) 3回の試行でA, Bがそろっているのは

ABB, BAB, BBA
AAB, ABA, BAA

の $\boxed{6}$ ウ 通りあるので、その確率は $\frac{6}{2^3}=\frac{3}{4}$

(iii) 4回の試行でA, Bがそろっているのは

AAAB のとき 4通り

AABB のとき $_4C_2=\frac{4\cdot 3}{2\cdot 1}=6$ (通り)

ABBB のとき 4通り

よって $4+6+4=\boxed{14}$ エオ (通り) あり、その確率は $\frac{14}{2^4}=\frac{14}{16}=\boxed{\frac{7}{8}}$ カ キ

(2) A, B, C 1枚ずつで合計3枚のとき

(i) 3回目の試行でA, B, Cがそろうのは $_3P_3=3\times 2\times 1=\boxed{6}$ ク (通り) であり

その確率は $\frac{6}{3^3}=\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$

(ii) 4回目の試行ではじめてA, B, Cがそろうのは

(1)の(ii)で3回の試行でABがそろっている6回のあとにCがでる

BCがそろっている6回のあとにAがでる

CAがそろっている6回のあとにBがでる

ことを考えると $6\times 3=18$ (通り)

よって、その確率は $\frac{18}{3^4}=\boxed{\frac{2}{9}}$ ケ コ

(iii) 5回目の試行で初めてA, B, Cがそろうのは

はじめの4回でA, Bのみがでるのは 2^4-2 (通り) で

(すべてAかすべてB)

このあとCがでる場合と

はじめの4回でB, Cのみがでているとき

C, Aのみがでているときも考えて

$(2^4-2)\times 3=14\times 3=\boxed{42}$ サシ (通り)

よって その確率は $\frac{42}{3^5}=\frac{14}{81}$ である.

(3) 3回目の試行でA, B, Cだけがそろうのが6通りであり

4, 5回目はA, B, Cだけがでて 3^2 通りで6回目にDがでるので

$6\times3^2=\boxed{54}$ (通り)
スセ

4回目の試行で初めてA, B, Cだけがそろい,

5回目はA, B, Cだけがでて3通りで6回目にDがでるので

((2)の(ii)より) $18\times3=\boxed{54}$ (通り)
ソタ

5回目の試行で初めてA, B, Cがそろい, 6回目にDがでるのは

((2)の(ii)より) 42通り

よって5回目までにA, B, Cがそろい, 6回目にDがでるのは

$54+54+42=150$ (通り)

また, 5回目までにそろう3つは ${}_4C_3=4$ (通り)だけあるので

6回目で初めてA, B, C, Dがそろう確率は

$\dfrac{150\times4}{4^6}=\dfrac{150}{4^5}=\boxed{\dfrac{75}{512}}$ となる
チツ/テトナ

解答記号	正　解	配点
$\dfrac{ア}{イ}$	$\dfrac{1}{2}$	2
ウ	6	2
エオ	14	2
$\dfrac{カ}{キ}$	$\dfrac{7}{8}$	2
ク	6	2
$\dfrac{ケ}{コ}$	$\dfrac{2}{9}$	2
サシ	42	2
スセ	54	2
ソタ	54	2
$\dfrac{チツ}{テトナ}$	$\dfrac{75}{512}$	2

第4問

(1) $40=\boxed{104}_{(6)}$ $(40=1\times6^2+0\times6^1+4\times6^0)$

$$\begin{array}{r|l} 6 & 40 \\ 6 & 6 \cdots 4 \\ 0 & 1 \cdots 0 \\ & 1 \cdots 1 \end{array}$$

$10011_{(2)}=1\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0$
$=16+0+0+2+1$
$=19$
$=\boxed{103}_{(4)}$
エオカ

$$\begin{array}{r|l} 4 & 19 \\ 4 & 4 \cdots 3 \\ 4 & 1 \cdots 0 \\ & 0 \cdots 1 \end{array}$$

(別解) $1|00|11_{(2)}$ 2桁ずつかける
$=1|0|3_{(4)}$

(2) 4進数で $1000_{(4)}=1\times4^3=64$. よってT4が0に戻るのは $\boxed{64}$ 秒後
キク

6進数で $1000_{(6)}=1\times6^3=216$ よってT6が0に戻るのは216秒後

よって初めて両方が同時に0に戻るのは
64と216の最小公倍数である

$\begin{cases} 64=2^6 \\ 216=2^3\times3^3 \end{cases}$ より最小公倍数は $2^6\times3^3=2^3\times6^3$
$=8\times216$
$=\boxed{1728}$
ケコサシ

(3) T4が l 秒後に012と表示されることは、T4が64秒周期であることから
l を $\boxed{64}$ で割った余りが $012_{(4)}=\boxed{6}$ であることと同値である
スセ ソ

T3について $1000_{(3)}=1\times3^3=27$ より
T3が k 秒後に012と表示されることは
k を27でわった余りが $012_{(3)}=5$ であることと同値である

よって $m=64l_1+6=27k_1+5$ ⑦ (l_1, k_1 は0以上の整数) より

$27k_1-64l_1=1$ をみたす
$27\times19-64\times8=1$
辺をひいて $27(k_1-19)-64(l_1-8)$ より
$27(k_1-19)=64(l_1-8)$
27, 64は互いに素より
$k_1-19=64h$
$l_1-8=27h$ (h は整数)

($a=27$, $b=64$ とすると
$b=64$ ①
$a=27$ ②
①−②×2→ $-2a+b=10$ ③
②−③×2→ $5a-2b=7$ ④
③−④→ $-7a+3b=3$ ⑤
④−⑤×2→ $19a-8b=1$
よって $27\times19-64\times8=1$ をみたす)

よって $\begin{cases} k_1=64h+19 \\ l_1=27h+8 \end{cases}$ これを⑦に代入して
$\boxed{m}=64(27h+8)+6=64\times27h+518$ で $h=0$ で $\boxed{518}$ となる
タチツ

T4とT6を同時にスタートさせてから m_1 秒後に同時に 012 と表示されるとき

$$m_1 = 64l_1 + 6 = 216k_1 + 8 \quad (l_1, k_1 \text{は0以上の整数}) より$$

$$32l_1 + 3 = 108k_1 + 4$$

$$32l_1 - 108k_1 = 1$$

$$2(16l_1 - 54k_1) = 1$$

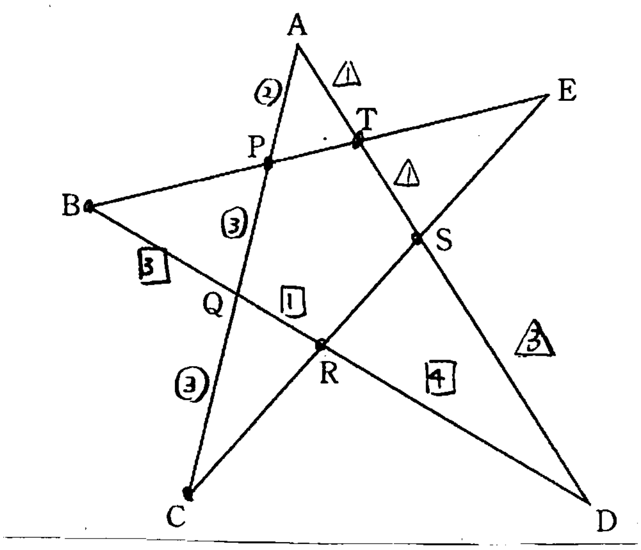
ここで $16l_1 - 54k_1$ が整数であることから左辺は偶数だが

右辺は奇数、よってこの式がなりたつことはない

ゆえに $\boxed{テ}$ は ③

解答記号	正解	配点
アイウ	104	2
エオカ	103	3
キク	64	2
ケコサシ	1728	3
スセソ	646	3
タチツ	518	4
テ	3	3
		20点

第5問



(1) △AQDとCEでメネラウスの定理より

$\frac{QR}{RD} \times \frac{DS}{SA} \times \frac{\boxed{AC}}{CQ} = 1$ だから　ア は⓪

$\frac{QR}{RD} \times \frac{3}{2} \times \frac{8}{3} = 1$ より

$\frac{QR}{RD} = \frac{1}{4}$

よって QR : RD = $\boxed{1}$: $\boxed{4}$ (イ, ウ)

また△AQDとBEでメネラウスの定理より

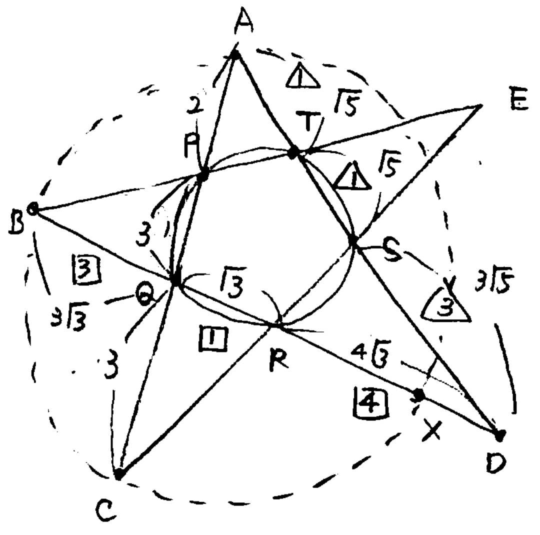
$\frac{DB}{BQ} \times \frac{QP}{PA} \times \frac{AT}{TD} = 1$ だから

$\frac{DB}{BQ} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = 1$ より

$\frac{DB}{BQ} = \frac{8}{3}$

よって QB : BD = $\boxed{3}$: $\boxed{8}$ (エ, オ)

したがって BQ : QR : RD = 3 : 1 : 4 となる



(2) (i) AC = 8 より AP = 2, PQ = 3, QC = 3

また AQ と AS で方べきの定理より

AP・AQ = AT・AS であり

2×5 = AT×2AT だから

$AT^2 = 5$　よって AT = $\boxed{\sqrt{5}}$ (カ)

(ii) AQ・CQ = 5・3 = 15

また DT と DQ で方べきの定理より

DS・DT = DR・DQ だから

$3\sqrt{5} \times 4\sqrt{5} = \frac{4}{5}DQ \cdot DQ$ より

$DQ^2 = \frac{5}{\cancel{4}} \times 3 \times \cancel{4} \times 5$　よって $DQ = 5\sqrt{3}$ となり

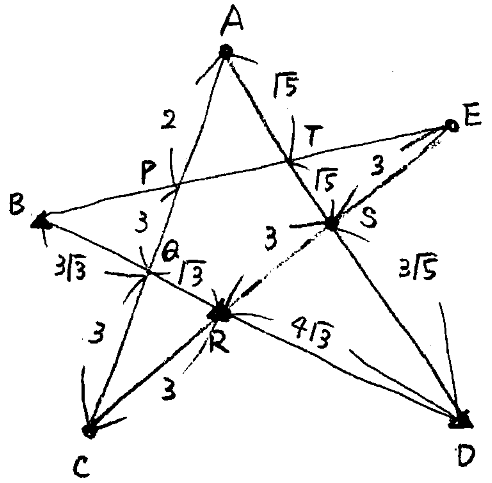
$BQ = \frac{3}{5}DQ = 3\sqrt{3}$

ゆえに $BQ \cdot DQ = 3\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} = \boxed{45}$ キク だから

AQ・CQ $\boxed{<}$ BQ・DQ　ケ は⓪

また A, B, C を通る円と BD との B 以外の交点を X とすると AQ・CQ $\boxed{=}$ BQ・XQ　コ は①

よって XQ $\boxed{<}$ DQ だから D は A, B, C を通る円の $\boxed{外側}$ にある　サ は⓪　シ は②



(iii) $CS \cdot SE = 6 \times 3 = 18$ であり

$AS \cdot SD = 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = 30$ だから

$CS \cdot SE < AS \cdot SD$ より A は C,D,E を通る円の 外側

ス は ②

また $CR \cdot RE = 3 \times 6 = 18$ であり

$BR \cdot RD = 4\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} = 48$ だから

$CR \cdot RE < BR \cdot RD$ より B は C, D, E を通る円の 外側

セ も ②

解答記号	正　　解	配点
ア	0	2
イ：ウ	1 ： 4	3
エ：オ	3 ： 8	2
カ	5	3
キク，ケ	45，0	3
コ，サ，シ	1，0，2	4
ス，セ	2，2	3