®

数学Ⅱ・数学B　（100点満点）

問題番号(配点)	解答記号	正　解	配点
第1問 (30)	ア	3	1
	イウ	10	1
	(エ，オ)	(1，0)	2
	カ	0	3
	キ	5	3
	ク	2	2
	ケ	2	3
	コサ，シ	−2，3	2
	ス，セ	2，1	2
	ソタ	12	1
	チ	3	3
	ツ	1	1
	テ，ト	1，1	2
	ナ	3	1*
	ニヌ	−6	2
	ネノ	14	1
第2問 (30)	$\frac{ア}{イ}$	$\frac{3}{2}$	2
	ウ，エ	9，6	1
	$\frac{オ}{カ}$，キ	$\frac{9}{2}$，6	2
	ク	1	1
	$\frac{ケ}{コ}$	$\frac{5}{2}$	1
	サ	2	1
	シ	2	1
	ス	3	3
	セ，ソ	0，5	2
	タ	1	2
	チ	1	4
	ツ	2	2
	テ	3	1
(第2問)	ト，ナ	4，2	3
	ニ，ヌ	0，4	2
	ネ	2	2
第3問 (20)	ア	0	2
	イ	3	2
	ウ，エ	1，2	3
	オ	0	3
	カ	3	3
	キク	33	3
	$\frac{ケコ}{サ}$	$\frac{21}{8}$	4
第4問 (20)	アイ，ウエ	24，38	2
	オカ	14	2
	キ，$\frac{ク}{ケ}$，コ	3，$\frac{1}{2}$，3	3
	サ	1	1
	シス，セソ	−3，−3	2
	タ，チツ	1，40	3
	テ	3	3
	ト	4	4
第5問 (20)	(ア，イウ，エ)	(1，−1，1)	2
	オ	0	2
	カ	2	3
	キ，クケ，コサ	3，12，54	3
	シ	1	3
	ス	2	3
	(セソ，タチ，ツテ) (トナ，ニヌ，ネノ)	(−3，12，−6) (−7，12，−2)	4

（注）
1　＊は，解答記号テ，トが両方正解の場合のみ **3** を正解とし，点を与える。
2　第1問，第2問は必答。第3問～第5問のうちから2問選択。計4問を解答。

第1問［1］

解答記号	正解	配点
ア	3	1
イウ	10	1
エオ	10	2
カ	0	3
キ	5	3
ク	2	2
ケ	2	3

15点

(1) (i) $y=\log_3 x$ に $x=27$ 代入して $y=\log_3 27=\boxed{3}$ ア

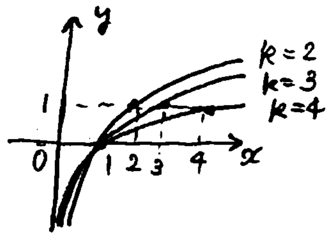
また $y=\log_2\dfrac{x}{5}$ に $y=1$ 代入して $1=\log_2\dfrac{x}{5}$ より

$2^1=\dfrac{x}{5}$ だから $x=\boxed{10}$ イウ

(ii) $y=\log_k x$ のグラフは定点 $(\boxed{1},\boxed{0})$ を通る
エ オ

(iii) $k=2,3,4$ のとき $y=\log_k x$ は

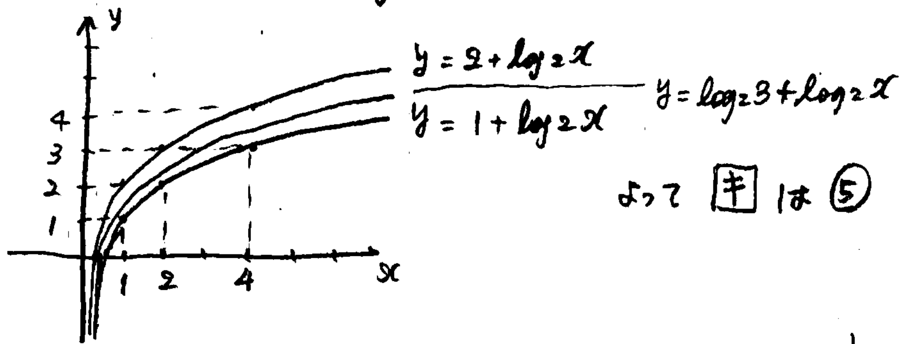
$y=\log_2 x,\ \log_3 x,\ \log_4 x$ であり $\boxed{カ}$ は ⓪



また $y=\log_2 kx$ は $y=\log_2 k+\log_2 x$ より

$y=\log_2 2+\log_2 x,\ \log_2 3+\log_2 x,\ \log_2 4+\log_2 x$ だから

$y=\log_2 x$ を y 軸方向に $1,\ \log_2 3,\ 2$ それぞれ平行移動したもの



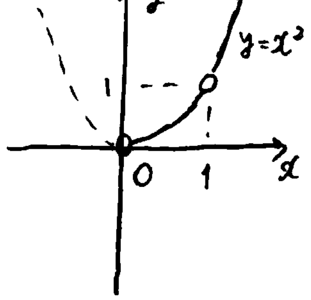
よって $\boxed{キ}$ は ⑤

(2) (i) $\log_x y=2$ のとき 底の条件より $x>0$ かつ $x\neq 1$

真数条件より $y>0$

また $x^2=y$ より下図の実線部

よって $\boxed{ク}$ は ②



(ii) $0<\log_x y<1$ のとき

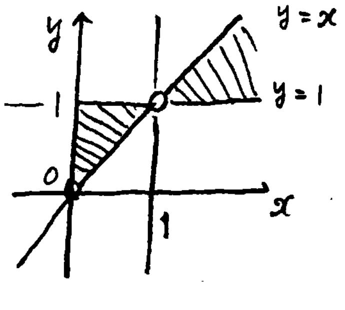
$x>0$ かつ $x\neq 1$ かつ $y>0$ であり

$\log_x 1<\log_x y<\log_x x$ より

$0<x<1$ のとき $1>y>x$

$x>1$ のとき $1<y<x$

よって下図斜線部（境界含まず）



よって $\boxed{ケ}$ は ②

［2］

(1)　$S(x) = x^2+4x+7=0$ の解は $x = \underset{コサ}{\boxed{-2}} \pm \sqrt{\underset{シ}{\boxed{3}}}\,i$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -1 & & \\ \hline 1\ 4\ 7 & 2 & 7 & 10 & 5 \\ & 2 & 8 & 14 & \\ \hline & & -1 & -4 & 5 \\ & & -1 & -4 & -7 \\ \hline & & & & 12 \end{array}$$

$P(x) = 2x^3+7x^2+10x+5$

$= (x^2+4x+7)(2x-1)+12$ より

$T(x) = \overset{ス}{\boxed{2}}x - \overset{セ}{\boxed{1}}$

$U(x) = \boxed{12}$ ソタ

(2) (i) $P(x) = S(x) \times T(x) + U(x)$ において余り $U(x)$ が定数 k なら

$P(x) = S(x)T(x)+k$ であり

$S(x)=0$ は異なる2解 α, β をもつから

$S(\alpha) = S(\beta) = 0$

よって $P(\alpha) = S(\alpha)T(\alpha)+k = k$

$P(\beta) = S(\beta)T(\beta)+k = k$ となる

ゆえに $\boxed{チ}$ は ③ であり

$P(\alpha) = P(\beta) = k$ より $\boxed{ツ}$ は ①

(ii) 逆に $P(\alpha) = P(\beta)$ がなりたつとき

$S(x)$ は2次式だから $U(x) = mx+n$ （m, n 定数）とおけて

$P(x) = \boxed{S(x)T(x)+mx+n}$ $\boxed{テ}$ は ① だから

$$\begin{cases} P(\alpha) = S(\alpha)T(\alpha)+m\alpha+n \\ P(\beta) = S(\beta)T(\beta)+m\beta+n \end{cases}$$ であり

$S(\alpha) = S(\beta) = 0$ より $\boxed{\begin{cases} P(\alpha) = m\alpha+n \\ P(\beta) = m\beta+n \end{cases}}$ $\boxed{ト}$ は ①

また $P(\alpha) = P(\beta)$ より $m\alpha = m\beta$ だから

$m(\alpha-\beta) = 0$

$\alpha \neq \beta$ より $\boxed{m=0}$ $\boxed{ナ}$ は ③　よって余りは定数となる

(i)(ii)から $S(x)=0$ が異なる2解 α, β をもつとき

$P(x)$ を $S(x)$ で余った余りが定数になることと

$P(\alpha) = P(\beta)$ であることは同値となる

(3) $P(x)=x^{10}-2x^9-px^2-5x$ （pは定数）

$S(x)=x^2-x-2$ のとき　$x^2-x-2=(x-2)(x+1)$ より

$S(x)=0$ は2解 $x=2,-1$ をもつので

$P(x)$を$S(x)$でわった余りが定数のとき

$P(2)=P(-1)$ より

$\cancel{2^{10}}-\cancel{2\times2^9}-p\times2^2-5\times2=(-1)^{10}-2\times(-1)^9-p\times(-1)^2-5\times(-1)$ だから

$-4p-10=1+2-p+5$

$-3p=18$

よって　$p=\underset{ニヌ}{\boxed{-6}}$

このとき　$P(2)=P(-1)=k$ より

$P(2)=-4p-10=-4\times(-6)-10=\overset{ネノ}{\boxed{14}}$ となる

解答記号	正解	配点	
コサシ	−23	2	
スセ	21	2	
ソタ	12	1	
チ	3	3	
ツ	1	1	
テト	11	2	
ナ	3	1	（テトも合っていて1点）
ニヌ	−6	2	
ネノ	14	1	
		15点	

第2問

(1) $f(x)=3(x-1)(x-2)$ のとき

(i) $f(x)=3(x^2-3x+2)$ より $f'(x)=3(2x-3)$

よって $f'(x)=0$ となる x は $x=\boxed{\dfrac{3}{2}}$ アイ

(ii)
$$S(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$
$$=\int_0^x (3t^2-\underset{ウ}{\boxed{9}}t+\underset{エ}{\boxed{6}})\,dt$$
$$=\left[t^3-\frac{9}{2}t^2+6t\right]_0^x$$
$$=x^3-\boxed{\frac{9}{2}}x^2+\boxed{6}x$$ （オカ, キ） である

また $S'(x)=f(x)=3(x-1)(x-2)$ であるので

x	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
$S'(x)$	+	0	−	0	+
$S(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

$x=\boxed{1}$ ク で $S(x)$ は極大値をとり、その値は

$S(1)=1-\frac{9}{2}+6=\boxed{\frac{5}{2}}$ ケコ

$x=\boxed{2}$ サ で $S(x)$ は極小値をとり、その値は

$S(2)=8-\frac{9}{2}\times4+6\times2$

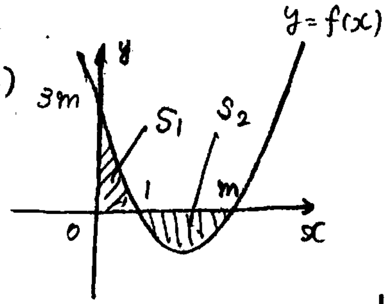
$=8-18+12=\boxed{2}$ シ

(iii) $S'(x)=f(x)$ より $S'(3)=f(3)$ よって

$f(3)$ は $\boxed{y=S(x)\text{ のグラフ上の }(3,\ S(3))\text{ での接線の傾きに等しい}}$

$\boxed{ス}$ は ③

(2)



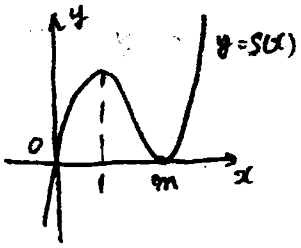
$S_1=\boxed{\int_0^1 f(x)\,dx}$ $\boxed{セ}$ は ⓪

$S_2=\boxed{\int_1^m \{-f(x)\}\,dx}$ $\boxed{ソ}$ は ⑤

$S_1=S_2$ のとき $\int_0^1 f(x)\,dx=-\int_1^m f(x)\,dx$ より

$$\int_0^1 f(x)\,dx+\int_1^m f(x)\,dx=0$$

よって $\boxed{\int_0^m f(x)\,dx=0}$ $\boxed{タ}$ は ①



ゆえに $S(m)=\int_0^m f(x)\,dx=0$ より

$y=S(x)$ のグラフは左のようになり

$\boxed{チ}$ は ①

解答記号	正解	配点
アイ	32	2
ウエ	96	1
オカキ	926	2
ク	1	1
ケコ	52	1
サ	2	1
シ	2	1
ス	3	3
セソ	05	2
タ	1	2
チ	1	4
ツ	2	2
テ	3	1
トナ	42	3
ニヌ	04	2
ネ	2	2

30点

また　$S_1 > S_2$ のとき　$\int_0^1 f(x)dx > \int_1^m \{-f(x)\}dx$ より

$$\int_0^m f(x)dx > 0$$

よって　$S(m) = \int_0^m f(t)dt > 0$ である

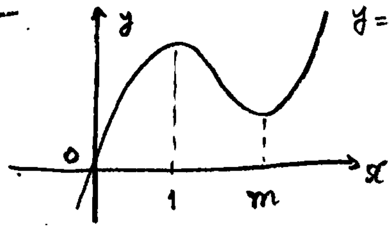
また $S'(x) = f(x) = 3(x-1)(x-m)$ より

x	$\cdots$	1	$\cdots$	m	$\cdots$
$S'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$S(x)$	$\nearrow$	極大	$\searrow$	極小	$\nearrow$

$x=1$ で極大値　$S(1)$

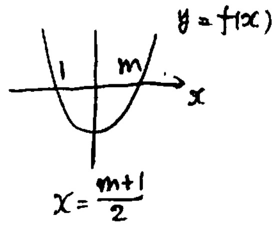
$x=m$ で極小値　$S(m)$　となる

$S(m)>0$ よりグラフは下のようになる



よって $\boxed{ツ}$ は②

(3)



$y=f(x)$ のグラフは $x = \boxed{\frac{m+1}{2}}$ に関して対称であるから　$\boxed{テ}$ は③

$\boxed{ト}$ は④

$$\int_{1-p}^{1} f(x)dx = \int_m^{\boxed{m+p}} f(x)dx \quad \text{— ① がなりたち}$$

$M = \frac{m+1}{2}$ とおくと　$0 < q \leqq M-1$ のすべての q に対して

$\boxed{ナ}$ は②

$$\int_{M-q}^{M} \{-f(x)\}dx = \int_M^{\boxed{M+q}} \{-f(x)\}dx \quad \text{— ② がなりたつ}$$

すべての実数 α, β に対して　$\int_\alpha^\beta f(x)dx = S(\beta)-S(\alpha)$ であることをつかうと

①は　$S(1)-S(1-p) = S(m+p)-S(m)$ より

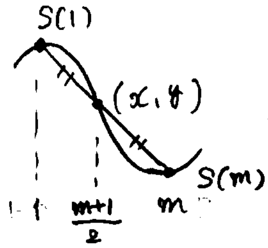
$$S(1-p)+S(m+p) = \boxed{S(1)+S(m)} \quad \boxed{ニ} \text{ は⓪}$$

②は　$S(M)-S(M-q) = S(M+q)-S(M)$ より

$$2S(M) = \boxed{S(M+q)+S(M-q)} \quad \boxed{ヌ} \text{ は④}$$

よって　$p>0$ の p に対して 2点 $(1-p, S(1-p))$, $(m+p, S(m+p))$ の中点を

(x, y) とすると　$x = \frac{(1-p)+(m+p)}{2} = \frac{m+1}{2}$



$y = \frac{S(1-p)+S(m+p)}{2} = \frac{S(1)+S(m)}{2}$　であるから

(x, y) は $\boxed{p\text{の値によらず一つに定まり } y=S(x) \text{ 上となる}}$

$\boxed{ネ}$ は②

第3問

(1) 晴れが1、それ以外を0とする変数 X について

X	0	1	計
確率	$1-p$	p	1

X の期待値 m は

$$m = 0\times(1-p)+1\times p = \boxed{p}$$

ア は ⓪

	はれ	はれ以外	計
比率	$\frac{75}{300}$	$\frac{225}{300}$	1

母標準偏差を σ とすると $n=300$ は十分大きいので

標本平均 $\overline{X}$ は 近似的に

$$N\left(m, \boxed{\frac{\sigma^2}{n}}\right)$$ に従う

イ は ③

標本標準偏差 S は

$$S=\sqrt{\frac{1}{n}\{(X_1-\overline{X})^2+(X_2-\overline{X})^2+\cdots+(X_n-\overline{X})^2\}}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{n}\{(X_1^2+\cdots+X_n^2)-2(X_1+\cdots+X_n)\overline{X}+n(\overline{X})^2\}}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{n}(X_1^2+\cdots+X_n^2)-\boxed{(\overline{X})^2}}$$ ウ は ①

ここで $X_k^2=X_k$ であることから

$$S=\sqrt{\frac{1}{n}(p+p+\cdots+p)-(\overline{X})^2}=\sqrt{p-(\overline{X})^2}=\sqrt{\overline{X}-(\overline{X})^2}$$

$$=\sqrt{\boxed{\overline{X}(1-\overline{X})}}$$ エ は ②

$S\fallingdotseq\sigma$ としてよく $\overline{X}=p=\frac{75}{300}=\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$ であることから

$$\therefore \sigma\fallingdotseq S=\sqrt{\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{4}$$

よって $1.96\times\frac{\sigma}{\sqrt{300}}=1.96\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times\frac{1}{\sqrt{300}}=1.96\times\frac{1}{40}=\frac{1.96}{40}=0.049$ だから

$$p\pm1.96\frac{\sigma}{\sqrt{300}}=0.25\pm0.049$$

ゆえに $\boxed{0.201\leqq m\leqq0.299}$ オ は ⓪ となる

(2) (1)における $X=1$ の確率を $p=\frac{1}{4}$，$X=0$ の確率を $1-p=\frac{3}{4}$ とすると

$k=4$ のとき $U_4=1$ となるのは $(X_1, X_2, X_3, X_4)=(1,1,1,0),(0,1,1,1)$ のときであり

その確率は $2\times\left(\frac{1}{4}\right)^3\times\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{6}{4^4}=\frac{3}{128}$

U_4	0	1	計
P	$\frac{125}{128}$	$\frac{3}{128}$	1

よって U_4 の期待値は $E(U_4)=0\times\frac{125}{128}+1\times\frac{3}{128}=\frac{\overset{カ}{\boxed{3}}}{128}$

$k=5$ のとき $U_5=1$ となるのは

$(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)=(1,1,1,0,1),(1,1,1,0,0),(0,1,1,1,0),$
$(1,0,1,1,1),(0,0,1,1,1)$ だから

その確率は $2\times\left(\frac{1}{4}\right)^4\times\left(\frac{3}{4}\right)+3\times\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2$

$=\frac{6+27}{4^5}=\frac{33}{1024}$

U_5	0	1	計
P	$\frac{991}{1024}$	$\frac{33}{1024}$	

よって U_5 の期待値は $E(U_5)=0\times\frac{991}{1024}+1\times\frac{33}{1024}=\frac{\overset{キク}{\boxed{33}}}{1024}$

4以上の k について $(4, E(U_4)),(5, E(U_5)),\cdots,(300, E(U_{300}))$ は

一つの直線上にあることがわかる。よって、この直線は

$y=\frac{E(U_5)-E(U_4)}{5-4}\times(x-4)+E(U_4)$ より

$y=\left(\frac{33}{1024}-\frac{3}{128}\right)(x-4)+\frac{3}{128}$

$=\frac{33-24}{4^5}(x-4)+\frac{24}{4^5}$

$=\frac{9}{4^5}x-\frac{12}{4^5}$ であるので $x=300$ 代入して

$E(U_{300})=\frac{9\times300-12}{4^5}=\frac{2688}{4^5}=\frac{42}{16}=\boxed{\frac{21}{8}}$ $\begin{matrix}ケコ\\サ\end{matrix}$

となる

$4 \,)\, 2688$
$4 \,)\, 672$
$4 \,)\, 168$
42

解答記号	正解	配点
ア	0	2
イ	3	2
ウエ	12	3
オ	0	3
カ	3	3
キク	33	3
ケコサ	218	4

20点

$(k, E(U_k))$ について　$(k \geq 4)$

* を 0, 1 どちらでもよいとすると　0が3つだけ並ぶ場所に注目すると

1110**……* → $\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)$

01110*……*
01110……*
⋮
*…*01110*
*……**01110
→ それぞれ $\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2$　（$(k-4)$通り）

*……*0111 → $\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)$

（2か所以上の 111 は左のいずれかで1カウントされる）

よって $\boxed{E(U_k)} = \left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)\times 2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2\times(k-4)$

$= \left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}k - 3 + 2\right)$

$= \left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}k - 1\right)$

$= \boxed{\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(k - \frac{4}{3}\right)}$　となる ←（kの1次関数）

$k=4$ で $\boxed{E(U_4)} = \left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\left(4-\frac{4}{3}\right) = \left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\frac{8}{3} = \frac{3^2\times 8}{4^5\times 3} = \boxed{\frac{3}{128}}$

$k=5$ で $\boxed{E(U_5)} = \left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(5-\frac{4}{3}\right) = \left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\frac{11}{3} = \frac{33}{4^5} = \boxed{\frac{33}{1024}}$

⋮

$k=300$ で $E(U_{300}) = \left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2\left(300-\frac{4}{3}\right) = \left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\frac{896}{3}$

$= \frac{3\times 896}{4^5} = \frac{3\times 2\times 7}{4^2} = \boxed{\frac{21}{8}}$

4) 896
4) 224
4) 56
2) 14
　　7

第4問

(1) $a_{n+1}-a_n=14$ のとき　公差14の等差数列より

$a_1=10$ なら　$a_2=a_1+14=\boxed{24}$ アイ

$a_3=a_2+14=\boxed{38}$ ウエ

また　$a_n=a_1+\underbrace{\boxed{14}}_{\text{オカ}}(n-1)$ となる

(2) $2b_{n+1}-b_n+3=0$ のとき

$b_{n+1}=\frac{1}{2}b_n-\frac{3}{2}$

$\left(\begin{array}{c} c=\frac{1}{2}c-\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2}c=-\frac{3}{2} \\ c=-3 \end{array}\right)$

両辺に3をたして

$b_{n+1}+3=\frac{1}{2}(b_n+3)$ より

$\{b_n+3\}$ は 初項 b_1+3，公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列だから

$b_n+3=(b_1+3)\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

よって　$b_n=(b_1+\underbrace{\boxed{3}}_{\text{キ}})\left(\frac{\boxed{1}^{\text{ク}}}{\underbrace{\boxed{2}}_{\text{ケ}}}\right)^{n-1}-\underbrace{\boxed{3}}_{\text{コ}}$

(3) $(c_n+3)(2c_{n+1}-c_n+3)=0$ —① のとき

(i) $c_1=5$ なら　$(c_1+3)(2c_2-c_1+3)=0$ より

$8(2c_2-5+3)=0$ から　$c_2=\overset{\text{サ}}{\boxed{1}}$

$c_3=-3$ なら　$(c_2+3)(2c_3-c_2+3)=0$ より

$(c_2+3)(-6-c_2+3)=0$

$-(c_2+3)^2=0$　　よって $c_2=\overset{\text{シス}}{\boxed{-3}}$

また　$(c_1+3)(2c_2-c_1+3)=0$ より

$(c_1+3)(-6-c_1+3)=0$

$-(c_1+3)^2=0$　よって　$c_1=\overset{\text{セソ}}{\boxed{-3}}$

(ii) $c_3=-3$ のとき　$(c_3+3)(2c_4-c_3+3)=0$ は c_4 は任意の値でなりたつ

$c_4=5$ のとき　$(c_4+3)(2c_5-c_4+3)=0$ より

$8(2c_5-5+3)=0$ から　$c_5=\overset{\text{タ}}{\boxed{1}}$

$c_4=83$ のとき　$(c_4+3)(2c_5-c_4+3)=0$ より

$86(2c_5-83+3)=0$

よって　$c_5=\underbrace{\boxed{40}}_{\text{チツ}}$

(iii) **命題A** 「$\{c_n\}$ が $(c_n+3)(2c_{n+1}-c_n+3)=0$ ―① をみたし
$c_1 \neq -3$ であるならば すべての自然数 n で $c_n \neq -3$」

これが真であることを示すには

$n=k$ で $c_n \neq -3$ がなりたつと仮定して
$n=k+1$ で $c_n \neq -3$ がなりたつことを示せばよい

$\boxed{テ}$ は ③

$n=k$ で $c_k \neq -3$ なら $(c_k+3)(2c_{k+1}-c_k+3)=0$ において

$c_k+3 \neq 0$ より　$2c_{k+1}-c_k+3=0$ であり

$$c_{k+1}=\frac{1}{2}c_k-\frac{3}{2}$$

$$c_{k+1}+3=\frac{1}{2}(c_k+3)$$

ここで $c_k+3 \neq 0$ より(右辺) $\neq 0$ だから(左辺) $\neq 0$
よって $c_{k+1} \neq -3$ である

ゆえに $n=k+1$ でも $c_n \neq -3$ がなりたつので

命題A 「$c_1 \neq -3$ かつ ① をみたすならば すべての自然数 n で $c_n \neq -3$」はなりたつ

(iv) 命題A の対偶もなりたつので
「ある自然数 n で $c_n=-3$ ならば $c_1=-3$」は真となる

よって (I) は偽となり、(II) は真となる

(I) $c_1=3$ かつ $c_{100}=-3$ であり，かつ ① を満たす数列 $\{c_n\}$ がある。
(II) $c_1=-3$ かつ $c_{100}=-3$ であり，かつ ① を満たす数列 $\{c_n\}$ がある。
(III) $c_1=-3$ かつ $c_{100}=3$ であり，かつ ① を満たす数列 $\{c_n\}$ がある。

また (III) は (3) の (ii) より
$c_1=c_2=c_3=-3$ で c_4 は任意となり
$2c_{n+1}-c_n+3=0$ が $n \geqq 4$ で
なりたつので

$$c_n=(c_4+3)\left(\frac{1}{2}\right)^{n-4}-3 \text{ となる}$$

よって $c_{100}=3$ とすると $(c_4+3)\left(\frac{1}{2}\right)^{96}-3=3$ より

$$c_4+3=6\times 2^{96}$$

よって $c_4=6\times 2^{96}-3$ とすればよいので (III) は真

ゆえに $\boxed{ト}$ は ④ となる

解答記号	正解	配点
アイウエ	2438	2
オカ	14	2
キクケコ	3123	3
サ	1	1
シスセソ	-3-3	2
タチツ	140	3
テ	3	3
ト	4	4
		20点

第5問

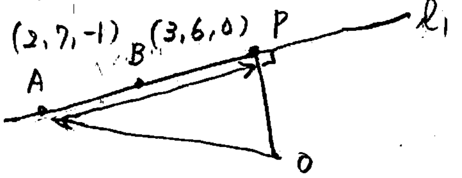
(1) A $(2,7,-1)$, B $(3,6,0)$ より $\overrightarrow{AB} = (\underset{ア}{\boxed{1}}, \underset{イウ}{\boxed{-1}}, \underset{エ}{\boxed{1}})$

C $(-8,10,-3)$, D $(-9,8,-4)$ より $\overrightarrow{CD} = (-1,-2,-1)$

よって $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} = 1\times(-1)+(-1)\times(-2)+1\times(-1)$

$= -1+2-1 = \boxed{0}$ オ

(2)



Pはl上にあるとき $\overrightarrow{AP} = s\overrightarrow{AB}$ より

$\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA} = s\overrightarrow{AB}$ だから

$\overrightarrow{OP} = \boxed{\overrightarrow{OA}+s\overrightarrow{AB}}$ $\boxed{カ}$ は②

よって $|\overrightarrow{OP}|^2 = |\overrightarrow{OA}+s\overrightarrow{AB}|^2$

$= |\overrightarrow{OA}|^2 + 2s\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AB} + s^2|\overrightarrow{AB}|^2$

$= (4+49+1) + 2s\{2\times1+7\times(-1)+(-1)\times1\} + s^2(1+1+1)$

$= \underset{キ}{\boxed{3}}s^2 - \underset{クケ}{\boxed{12}}s + \underset{コサ}{\boxed{54}}$

$= 3(s-2)^2+42$ よって $s = \overset{ス}{\boxed{2}}$ で $|\overrightarrow{OP}|$ は最小

また $|\overrightarrow{OP}|$ が最小のとき $\overrightarrow{OP}\perp\overrightarrow{AB}$ より $\boxed{\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AB}=0}$ $\boxed{シ}$ は①

$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA}+s\overrightarrow{AB} = (2,7,-1)+s(1,-1,1)$

$= (2+s, 7-s, -1+s)$ —①

よって $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AB} = (2+s)\times1+(7-s)\times(-1)+(-1+s)\times1 = 0$ をとくと

$(1+1+1)s+(2-7-1)=0$ より

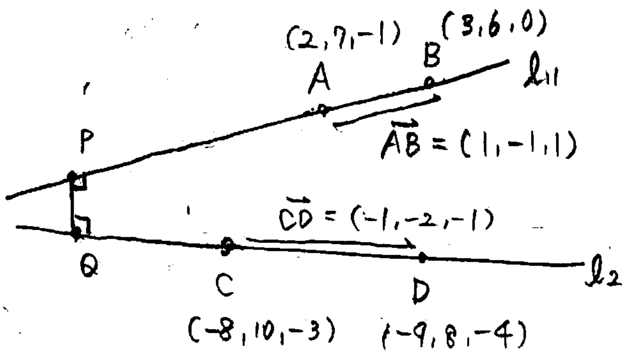
$3s-6=0$ よって $s = \boxed{2}$ ス

(3) 点Pがl_1上をうごくとき $\overrightarrow{OP} = (2+s, 7-s, -1+s)$ (①より)

またQがl_2上をうごくとき $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OC}+t\overrightarrow{CD}$

$= (-8,10,-3)+t(-1,-2,-1)$

$= (-8-t, 10-2t, -3-t)$ —②



よって $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OP} = (-8-t-2-s, 10-2t-7+s, -3-t+1-s)$

$= (-10-t-s, 3-2t+s, -2-t-s)$

$|\overrightarrow{PQ}|$ が最小のとき $\overrightarrow{PQ}\perp\overrightarrow{AB}$ かつ $\overrightarrow{PQ}\perp\overrightarrow{CD}$ より

$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{AB} = (-10-t-s)-(3-2t+s)+(-2-t-s)=0$ から

$-3s-15=0$ より $s=-5$

$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{CD} = (10+t+s)-2(3-2t+s)-(-2-t-s)=0$ から

$6t+6=0$ より $t=-1$

よって ①に $s=-5$ 代入して $\overrightarrow{OP} = (\overset{セソ}{\boxed{-3}}, \overset{タチ}{\boxed{12}}, \overset{ツテ}{\boxed{-6}})$

②に $t=-1$ 代入して $\overrightarrow{OQ} = (\underset{トナ}{\boxed{-7}}, \underset{ニヌ}{\boxed{12}}, \underset{ネノ}{\boxed{-2}})$ となる

(3)(8)(別解) $\overrightarrow{PQ} = (-10-t-s,\ 3-2t+s,\ -2-t-s)$ より

$$|\overrightarrow{PQ}|^2 = (-10-t-s)^2 + (3-2t+s)^2 + (-2-t-s)^2$$
$$= 3s^2 + 6t^2 + 30s + 12t + 113$$
$$= 3(s+5)^2 + 6(t+1)^2 + 32$$

よって $s=-5$, $t=-1$ で $|\overrightarrow{PQ}|$ は最小となる

解答記号	正解	配点
アイウエ	1−11	2
オ	0	2
カ	2	3
キクケコサ	31254	3
シ	1	3
ス	2	3
セソタチツテ	−312−6	4
トナニヌネノ	−712−2	

20点