

数学I・数学A (100点満点)

問 題 番 号 (配点)	解答記号	正 解	配点	問 題 番 号 (配点)	解答記号	正 解	配点
第 1 問 (30)	ア	7	2	第 3 問 (20)	$\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$	$\frac{1}{2}$	2
	イ + ウ $\sqrt{3}$	$7 + 4\sqrt{3}$	2		$\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}, \frac{\text{オ}}{\text{カ}}$	$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$	2
	エオ + カ $\sqrt{3}$	$12 + 7\sqrt{3}$	2		$\frac{\text{キ}}{\text{ク}}$	$\frac{1}{2}$	2
	$\frac{\text{キク} - x}{\text{ケコ}}$	$\frac{75 - x}{30}$	2		$\text{ケ}, \frac{\text{コ}}{\text{サシ}}$	$3, \frac{7}{24}$	3
	$\frac{\text{サ}}{\text{シ}}$	$\frac{3}{5}$	2		$\text{ス}, \frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$	$1, \frac{1}{6}$	3
	ス, セソ	0, 30	2		$\frac{\text{タ}}{\text{チ}}$	$\frac{5}{7}$	4
	タチ, ツ	46.5	3		$\frac{\text{ツ}}{\text{テト}}$	$\frac{5}{27}$	4
	テ, ト	2, 4	3	第 4 問 (20)	ア, イ, ウ	3, 2, 6	2
	ナ	3	2		エ	4	2
	ニヌ	19	2		オ, カ	2, 8	3
	ネノ, ハ	25, 5	2		キ	3	3
	$\frac{\text{ヒ} \pm \sqrt{\text{フヘ}}}{2}$	$\frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$	3		ク	5	2
	ホ	2	3		ケ	2	2
第 2 問 (30)	アイ $< x <$ ウ	$-4 < x < 2$	2		コ	6	3
	エ, $\frac{\text{オカ}}{\text{キ}}$	$1, -\frac{5}{4}$	3		サ, シ, ス, セ	1, 0, 5, 6	3
	ク	1	3	第 5 問 (20)	ア	2	2
	ケ	3	2		イ	6	2
	コ	8	2		$\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$	$\frac{5}{6}$	3
	サ	2	3		$\frac{\text{オ}}{\text{カキ}}$	$\frac{4}{11}$	3
	シ	3	2		ク, ケ	1, 0	3
	ス, セ	0.5	2		コ	1	3
	ソ, タ	5, 6	3		サ	2	2
	チ	2	3		シ	2	2
	ツ	4	3				
	テ	2	2				
(注) 第1問, 第2問は必答。第3問~第5問のうちから2問選択。計4問を解答。							

第1問 [1]

$$\begin{cases} 50(x^2 + y^2) = (x + 7y)^2 & \text{--- ①} \\ -4\sqrt{3}x + y = 1 & \text{--- ②} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 50(x^2 + y^2) - (x + 7y)^2 &= 49x^2 - 14xy + y^2 \\ &= (\underbrace{7x}_{\text{ア}} - y)^2 \quad \text{とわかる} \end{aligned}$$

よって ① が成り立つとき $(7x - y)^2 = 0$ だから $y = 7x$ である

したがって ② は $-4\sqrt{3}x + 7x = 1$ より

$$\begin{aligned} (7 - 4\sqrt{3})x &= 1 \\ x &= \frac{7 + 4\sqrt{3}}{(7 - 4\sqrt{3})(7 + 4\sqrt{3})} = \frac{7 + 4\sqrt{3}}{49 - 48} = \overset{\text{イ}}{7} + \overset{\text{ウ}}{4}\sqrt{3} \quad \text{である} \end{aligned}$$

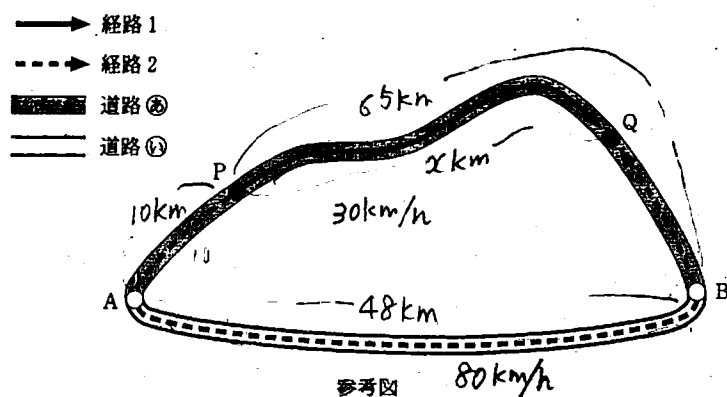
$$y = 7x = 7(7 + 4\sqrt{3}) \quad \text{とわかる}$$

$$\begin{aligned} \text{また: } x^2 + y^2 - 50 &= (7 + 4\sqrt{3})^2 + 49(7 + 4\sqrt{3})^2 - 50 \\ &= 50(7 + 4\sqrt{3})^2 - 50 \\ &= 50(49 + 56\sqrt{3} + 48 - 1) \\ &= 50(96 + 56\sqrt{3}) \\ &= 400(\underbrace{12}_{\text{エオ}} + \underbrace{7}_{\text{カ}}\sqrt{3}) \end{aligned}$$

解答記号	正解	配点
ア	7	2
イウ	74	2
エオカ	127	2

6点

[2]



経路2をえらぶとき 道路②を

通っている時間は

$$\frac{\boxed{75-x}}{\boxed{30}} \text{ 時間} \quad \text{となるので}$$

経路2での P から Q までの

所要時間は

$$\left(\frac{75-x}{30} + \frac{48}{80} \right) = \left(\frac{75-x}{30} + \frac{\boxed{3}}{\boxed{5}} \right) \text{ (時間)} \quad \text{となる}$$

経路2をえらぶ方が経路1をえらぶより短い時間となる

$$\frac{75-x}{30} + \frac{3}{5} < \frac{x}{\boxed{30}} \quad \text{となるから}$$

②は③

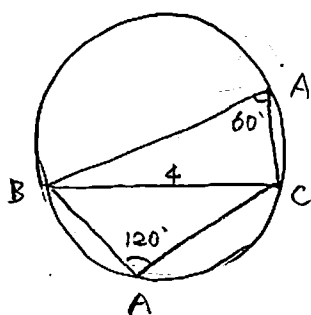
$$\frac{75-2x+18}{30} < 0 \quad \text{より} \quad -2x+93 < 0$$

$$\text{よって } x > \frac{93}{2} = \frac{94}{2} = \boxed{46.5}$$

解答記号	正解	配点
キクケコ	7530	2
サシ	35	2
スセソ	030	2
タチツ	465	3

9点

[3]



$$(1) \text{ 正弦定理より } 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4}{\sin A} \text{ だから}$$

$$\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore A = \boxed{60^\circ}, \boxed{120^\circ}$$

㉗は㉔ ㉕は㉔

$\triangle ABC$ の面積が $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ のとき

$$\frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} \times AB \cdot AC \times \sin A \text{ より}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} AB \cdot AC \quad \therefore AB \cdot AC = \boxed{3}$$

$\angle BAC = 60^\circ$ のとき、余弦定理より

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A \text{ だから}$$

$$16 = AB^2 + AC^2 - 2 \times 3 \times \frac{1}{2} = \text{ニ}$$

$$\therefore AB^2 + AC^2 = 16 + 3 = \boxed{19} \text{ ヲリ}$$

$$(AB+AC)^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB \cdot AC$$

$$= 19 + 2 \times 3 = \boxed{25}$$

ネノハ

$$\therefore AB+AC = 5 \text{ より } AC = \boxed{5} - AB \text{ より}$$

$$AB \cdot AC = 3 \text{ に代入して } AB \cdot (5-AB) = 3 \text{ だから}$$

$$AB^2 - 5AB + 3 = 0$$

$$\therefore AB = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ となる}$$

$\angle BAC = 120^\circ$ のとき

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A \text{ から}$$

$$16 = AB^2 + AC^2 - 2 \times 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\therefore AB^2 + AC^2 = 13 \text{ より}$$

$$(AB+AC)^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB \cdot AC$$

$$= 13 + 2 \times 3 = 19$$

$$\therefore AB+AC = \sqrt{19} \text{ より } AC = \sqrt{19} - AB \text{ より}$$

$$AB \cdot AC = 3 \text{ に代入して } AB(\sqrt{19} - AB) = 3 \text{ より}$$

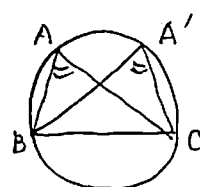
$$AB^2 - \sqrt{19}AB + 3 = 0$$

$$\therefore AB = \frac{\sqrt{19} \pm \sqrt{19-12}}{2} = \frac{\sqrt{19} \pm \sqrt{7}}{2}$$

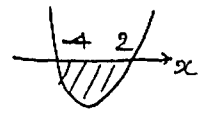
(2) 一組の辺、面積、外接円の半径が等しいとき (1) より 2つの三角形は必ずしも合同でない
ので偽

また一組の角、面積、外接円の半径が等しいとき 右図より合同。

$\therefore \boxed{\text{ホ}}$ は ㉔



第2問 [1]

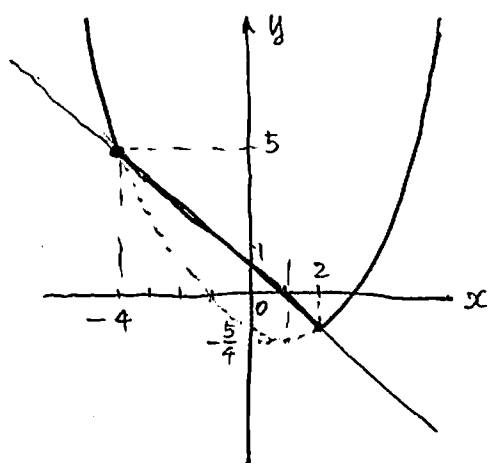
(1) $x^2 + 2x - 8 < 0$ の解は $(x+4)(x-2) < 0$ より $\boxed{\text{パイ}} \begin{matrix} -4 \\ \text{エ} \end{matrix} < x < \boxed{\text{ウ}} \begin{matrix} 2 \\ \text{キ} \end{matrix}$ 

よって $y = \frac{1}{8} |x^2 + 2x - 8| + \frac{1}{8} (x^2 - 6x) \dots \textcircled{1}$

$= \begin{cases} -\frac{1}{8} (x^2 + 2x - 8) + \frac{1}{8} (x^2 - 6x) = -x + 1 & (-4 < x < 2) \\ \frac{1}{8} (x^2 + 2x - 8) + \frac{1}{8} (x^2 - 6x) = \frac{1}{4} x^2 - \frac{1}{2} x - 1 & (x \leq -4, 2 \leq x) \end{cases}$

また $\frac{1}{4} x^2 - \frac{1}{2} x - 1 = \frac{1}{4} (x^2 - 2x) - 1$

$= \frac{1}{4} (x-1)^2 - \frac{5}{4}$ より 頂点は $\left(\boxed{\text{イ}} \begin{matrix} 1 \\ \text{エ} \end{matrix}, \boxed{\text{オカ}} \begin{matrix} -5 \\ \text{キ} \end{matrix} \right)$ である



よって ① のグラフは 左のようになり

$\boxed{\text{ウ}}$ は ①

解答記号	正解	配点
パイウ	-4 2	2
エオカキ	1 -5 4	3
ウ	1	3
ケ	3	2
コサ	8	2
サ	2	3

15点

(2) $y = -\frac{1}{8} |x^2 - 9| - \frac{1}{8} x^2 + x \dots \textcircled{2}$

$= \begin{cases} \frac{1}{8} (x^2 - 9) - \frac{1}{8} x^2 + x = x - \frac{9}{8} & (-3 < x < 3) \\ -\frac{1}{8} (x^2 - 9) - \frac{1}{8} x^2 + x = -\frac{1}{4} x^2 + x + \frac{9}{8} & (x \leq -3, 3 \leq x) \end{cases}$

右の形になり $\boxed{\text{ケ}}$ は ②



また $y = \frac{1}{8} |x^2 - 9| - \frac{1}{8} x^2 + x$

$= \begin{cases} \frac{1}{8} (x^2 - 9) - \frac{1}{8} x^2 + x = x - \frac{9}{8} & (x < -3, 3 < x) \\ -\frac{1}{8} (x^2 - 9) - \frac{1}{8} x^2 + x = -\frac{1}{4} x^2 + x + \frac{9}{8} & (-3 \leq x \leq 3) \end{cases}$

右の形になり $\boxed{\text{コ}}$ は ③

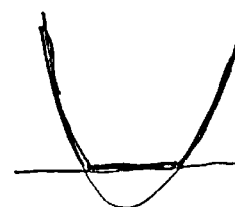


また $y = \frac{1}{8} |x^2 + 2\sqrt{5}x - 4| + \frac{1}{8} (x^2 + 2\sqrt{5}x)$

$= \begin{cases} \frac{1}{4} x^2 + \frac{1}{2} \sqrt{5} x - \frac{1}{2} & (x^2 + 2\sqrt{5}x - 4 > 0 \text{ のとき}) \\ -\frac{1}{2} & (x^2 + 2\sqrt{5}x - 4 < 0 \text{ のとき}) \end{cases}$

$\left(\begin{array}{l} x^2 + 2\sqrt{5}x - 4 > 0 \text{ の解は} \\ x < -\sqrt{5} - 3, -\sqrt{5} + 3 < x \end{array} \right)$ よって 右の形になり

$\boxed{\text{サ}}$ は ④



[2]

(1) $n=10$ の「元の評点」が 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5 であるとき

$$\bar{x} = \frac{1+2+2+3+3+3+3+4+4+5}{10} = \frac{30}{10} = 3$$

$$\bar{y} = \frac{24}{8} = \boxed{3}$$

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1^2 \times 1 + 2^2 \times 2 + 3^2 \times 4 + 4^2 \times 2 + 5^2 \times 1}{10} - (\bar{x})^2 \\ &= \frac{1+8+36+32+25}{10} - 9 = \frac{102}{10} - \frac{90}{10} = \frac{12}{10} = 1.2 \end{aligned}$$

$$t^2 = \frac{2^2 \times 2 + 3^2 \times 4 + 4^2 \times 2}{8} - (\bar{y})^2 = \frac{8+36+32}{8} - 9 = \frac{76}{8} - \frac{72}{8} = \frac{4}{8} = \boxed{0.5}$$

(2) $A = x_1 + x_n$, $B = x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1}$ とおくと

$$\bar{x} = \frac{A+B}{n}, \quad \bar{z} = \frac{A}{2}, \quad \bar{y} = \frac{B}{n-2} \quad \text{であり}$$

$$\bar{x} = \boxed{\frac{2}{n}} \times \frac{A}{2} + \boxed{\frac{n-2}{n}} \times \frac{B}{n-2}$$

[7] は (5) [9] は (6) である

また $\bar{x} \leq \bar{y}$ のとき $\frac{2}{n} \times \bar{z} + \frac{n-2}{n} \bar{y} \leq \bar{y}$ より

$$\frac{2}{n} \times \bar{z} \leq \frac{-n+2+n}{n} \bar{y}$$

よって $\bar{z} \leq \bar{y}$ となる

[4] は (2)

解答記号	正解	配点
シ	3	2
スセ	0.5	2
ソタ	5.6	3
チ	2	3
ツ	4	3
テ	2	2

15点

(3) 「調整後の評点」が m 個の a と $(8-m)$ 個の b ($a < b$, $0 < m < 8$) とすると

$$\bar{y} = \frac{ma + (8-m)b}{8}$$

$$\begin{aligned} \text{また } t^2 &= \frac{ma^2 + (8-m)b^2}{8} - (\bar{y})^2 \\ &= \frac{8ma^2 + 8(8-m)b^2 - (m^2a^2 + (8-m)^2b^2 + 2m(8-m)ab)}{64} \\ &= \frac{m(8-m)a^2 + (8-m)(8-m)b^2 - 2m(8-m)ab}{64} \\ &= m(8-m) \times \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{64} \\ &= \boxed{\frac{m(8-m)(a-b)^2}{64}} \quad [12] \text{ は (4)} \end{aligned}$$

(4) 調整後 $\bar{y}$

(ア)	44445555	4.5
(イ)	33444444	3.75
(ウ)	22224444	3
(エ)	11111133	1.5

t^2 (分数) が一番大きいのは ちらはりが大きいものであるから
[7] は (2) の (2)

第3問

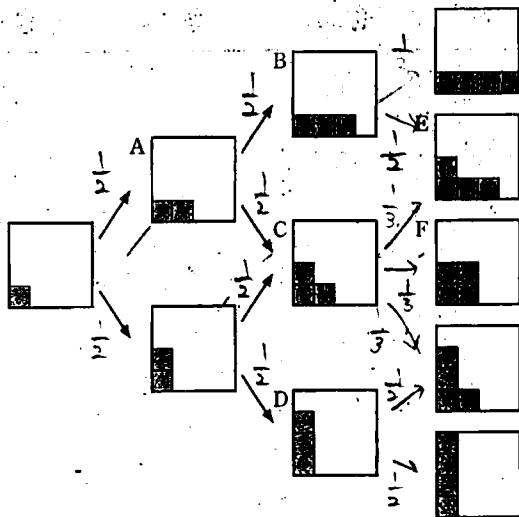


図 1

解答表

アイ	12	2
ウエオカ	1214	2
キク	12	2
ケコサシ	3724	3
スセソ	116	3
タ	57	4
チ	527	4

20点

(1) 2枚目を貼った時点で A となる確率は $\frac{1}{2}$ アイ

(2) 3枚目を貼った時点で B となる確率は

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ オカ}$$

C となる確率は

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ キク となる}$$

(3) 4枚目を貼った時点で E となるのは

B, C, D のうち B と C のみ

② は ③

よって求める確率は

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{6} = \frac{3+4}{24} = \frac{7}{24} \text{ コサシ}$$

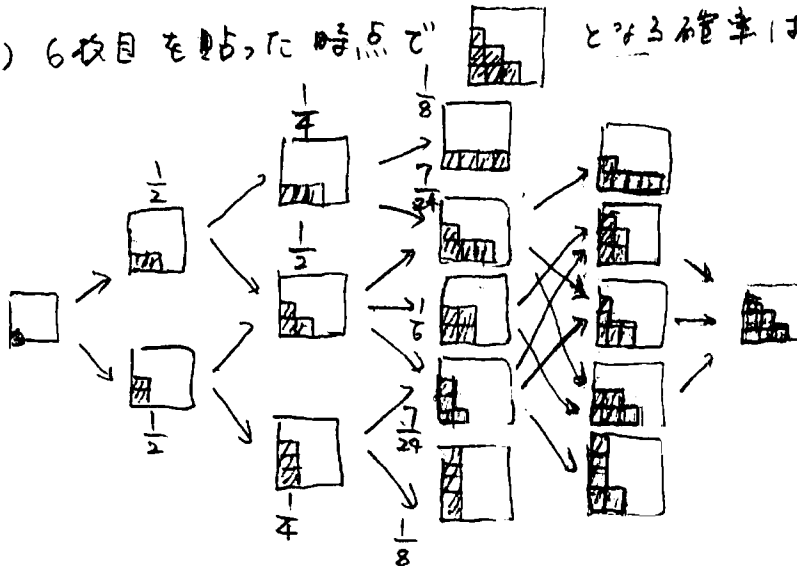
4枚目を貼った時点で F となるとき、3枚目で C のみ

② は ①

$$\text{よって求める確率は } \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \text{ セリ となる}$$

(ii) 4枚目を貼った時点で E であったとき、2枚目で A である条件付き確率は

$$\frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}}{\frac{7}{24}} = \frac{\frac{3}{24} + \frac{2}{24}}{\frac{7}{24}} = \frac{5}{7} \text{ クチ}$$

(4) 6枚目を貼った時点で  となる確率は

$$\left(\frac{7}{24} \times \frac{1}{3} \right) \times 2 \times \frac{1}{3} + \left(\frac{7}{24} \times \frac{1}{3} \right) \times 2 \times \frac{1}{3}$$

$$+ \left(\frac{4}{24} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \right) \times 2$$

$$= \frac{28}{24 \times 9} + \frac{8}{24 \times 6}$$

$$= \frac{56 + 24}{24 \times 3 \times 3 \times 2}$$

$$= \frac{80}{24 \times 3 \times 3 \times 2} = \frac{5}{27} \text{ ツチ}$$

第4問

$$(1) \quad 2xy - 4x - 3y = 0 \text{ より}$$

$$(2x - \boxed{3}) (y - \boxed{2}) = \boxed{6} \text{ となる}$$

$2x-3$, $y-2$ は整数 かつ $2x-3$ は奇数 だから

$$(2x-3, y-2) = (1, 6), (3, 2), (-1, -6), (-3, -2) \text{ の } \boxed{4}^{\text{エ}} \text{ 組ある}$$

$$\text{よって } (2x, y) = (4, 8), (6, 4), (2, -4), (0, 0) \text{ より}$$

$$(x, y) = (2, 4), (3, 2), (1, -2), (0, 0)$$

ゆえに xy の値が 最大となるのは $(x, y) = (\boxed{2}, \boxed{4})^{\text{エ}}$ のときとなる
オ カ

$$(2) \quad 2xy - 4x - 3y = 3a \text{ のとき}$$

$$(2x-3)(y-2) = 3a+6 \\ = 3(a+2) \text{ である}$$

$a=0$ のとき 右辺は 6 だから (1) より 4 組

$a=1$ のとき 右辺は 3×3 より $2x-3 = 1, 3, 9, -1, -3, -9$ の 6 組

$a=2$ のとき 右辺は 3×2^2 より $2x-3 = 1, 3, -1, -3$ の 4 組

$a=3$ のとき 右辺は 3×5 より $2x-3 = 1, 3, 5, 15, -1, -3, -5, -15$ の 8 組

ゆえに 求める 最小の a の値は $\boxed{3}^{\text{キ}}$

解答記号	正解	配点
アイウ	326	2
エ	4	2
オカ	28	3
キ	3	3

10点

$$3 \leq a \leq 6, 0 \leq b \leq 6, 1 \leq c \leq 4, c+1 < a$$

$$M = abc(7), N = cba(7)$$

$$M = a \times 7^2 + b \times 7 + c$$

$$N = c \times 7^2 + b \times 7 + a \quad \text{より}$$

$$X = M - N = \frac{\boxed{a-c}}{\boxed{2} \text{は} \boxed{5}} \times 7^2 + \frac{\boxed{c-a}}{\boxed{5} \text{は} \boxed{2}}$$

$$= (a-c-1) \times 7^2 + 7^2 + (c-a)$$

$$= (a-c-1) \times 7^2 + \boxed{6} \times 7 + 7 + (c-a) \quad \text{より}$$

$$\therefore X = def(7) \text{ とおす}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} d = a - c - 1 \\ e = 6 \\ f = 7 + c - a \end{array} \right. \quad \text{より}$$

$$\therefore Y = fed(7) \text{ とおす}$$

$$X + Y = (a-c-1+7+c-a) \times 7^2 + 6 \times 2 \times 7 + (a-c-1+7+c-a)$$

$$= 6 \times 7^2 + 12 \times 7 + 6$$

$$= 6 \cdot 7^2 + 7^2 + 5 \times 7 + 6$$

$$= 1 \times 7^3 + 5 \times 7 + 6$$

$$= 1056(7) = pqrst(7) \quad \text{より}$$

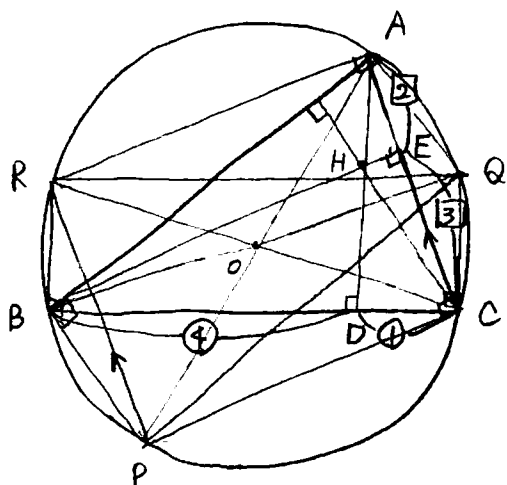
$$p = \boxed{1}, q = \boxed{0}, r = \boxed{5}, s = \boxed{6} \quad \text{より}$$

$$\boxed{1} \text{は} \textcircled{1} \quad \boxed{0} \text{は} \textcircled{0} \quad \boxed{5} \text{は} \textcircled{5} \quad \boxed{6} \text{は} \textcircled{6} \quad \text{より}$$

解答記号	正解	配点
ク	5	2
ケ	2	2
コ	6	3
サシスセ	1056	3

10点

第5問



(1) (i) CRは直径より $\angle RAC = \angle RPC = 90^\circ$

APは直径より $\angle ARP = \angle ACP = 90^\circ$

またHは垂心より $BH \perp AC$

よって直線ACはAR, CP, BHと垂直

7は③

また同様にBCはAH, BR, CQと垂直

1は⑥

(ii) $\triangle ADC$ とBEでメネラウスの定理より

$$\frac{CE}{EA} \times \frac{AH}{HD} \times \frac{DB}{BC} = 1 \text{ だから}$$

$$\frac{3}{2} \times \frac{AH}{HD} \times \frac{4}{5} = 1$$

$$\text{よって } \frac{AH}{HD} = \frac{5}{6} \text{ である}$$

ゆえに $\triangle ARB$ の面積は以下の等積変換をして

$\triangle ARB = \triangle ARH = \triangle ABH$ であるから

$$\triangle ARB = \triangle ABH = \frac{AH}{AD} \triangle ABD = \frac{5}{11} \times \frac{BD}{BC} \times \triangle ABC$$

$$= \frac{5}{11} \times \frac{4}{5} \triangle ABC$$

$$= \frac{4}{11} \triangle ABC$$

カキ

2は①

(2) $\triangle ABP \sim \triangle ADC$ ($\angle ABP = \angle ADC = 90^\circ$
 $\angle APB = \angle ACD$ (円周角定理より))

7は⑦

よって $\angle BAP = \angle CAD$

また $\angle BAI = \angle CAI$ より

$\angle OAI = \angle DAI$ とわかるから

直線AOとAHは直線AIに関して対称となる

よって (a) は真

また直線AIに関して対称ではない、よって (b) は偽

ゆえに 3 は ①

