Ⓡ

数　学　Ⅰ　(100点満点)

問題番号(配点)	解答記号	正　解	配点
第1問(20)	ア	7	2
	イ，ウ	7，3	2
	エオカ	−56	2
	キク	14	2
	ケ，コ，サ	3，6，0	2
	シ，ス，セ	4，5，8	2
	ソ，タ，チ	2，4，8	2
	ツ，テ	5，7	2
	ト，ナ，ニ，ヌ	2，3，5，7	2
	ネ	2	1
	ノ	3	1
第2問(30)	$\sqrt{アイ}$	$\sqrt{21}$	2
	ウ，エ	1，4 (解答の順序は問わない)	3
	$\frac{オ}{カ}$	$\frac{5}{2}$	2
	$\frac{キ\sqrt{ク}}{ケ}$	$\frac{5\sqrt{3}}{3}$	3
	コ	4	4
	サ，シ	4，0	4
	ス，セ，ソ	7，4，2	4
	タ	3	4
	チ，ツ，テ，ト	7，5，0，1	4

問題番号(配点)	解答記号	正　解	配点
第3問(30)	ア	0	1
	イ	0	2
	ウ	0	1
	エ	2	2
	オ，カ	0，2	2
	キ	5	4
	ク	0	3
	ケ	9	3
	コ	8	3
	サシ	12	2
	ス	8	1
	セソ	13	2
	$タ-\sqrt{チ}+\sqrt{ツ}$	$3-\sqrt{3}+\sqrt{2}$	4
第4問(20)	ア	6	1
	イウ	18	1
	エ	8	2
	オ	6	2
	カ	4	2
	キ	0	2
	ク.ケコ	3.51	2
	サ	1	2
	シ	1	3
	ス	7	3

第1問［1］

$3^2=9$
$3.5^2=12.25$
$4^2=16$

より　$3.5<\sqrt{13}<4$ だから

$7<2\sqrt{13}<8$ —①

$$\begin{array}{r} 3.5 \\ \times 3.5 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 12.25 \end{array}$$

よって $n<2\sqrt{13}<n+1$ をみたす整数 n は $\boxed{7}$ ア

$a=2\sqrt{13}-7$ —②

$b=\dfrac{1}{a}=\dfrac{1}{2\sqrt{13}-7}=\dfrac{2\sqrt{13}+7}{4\times 13-49}=\dfrac{\overset{イ}{\boxed{7}}+2\sqrt{13}}{\underset{ウ}{\boxed{3}}}$ —③ ④

また $a^2-9b^2=(a+3b)(a-3b)$

$=\{(2\sqrt{13}-\cancel{7})+(\cancel{7}+2\sqrt{13})\}\{(\cancel{2\sqrt{13}}-7)-(7+\cancel{2\sqrt{13}})\}$

$=4\sqrt{13}\times(-14)=\underset{エオカ}{\boxed{-56}}\sqrt{13}$

①から $\dfrac{7}{2}<\sqrt{13}<4$ —⑤ がなりたつ

①④から $14<7+2\sqrt{13}<15$ より $\dfrac{14}{3}<\dfrac{7+2\sqrt{13}}{3}<5$ であるから

$\dfrac{m}{3}<b<\dfrac{m+1}{3}$ をみたす m は $m=\underset{キク}{\boxed{14}}$

よって $\dfrac{3}{15}<a<\dfrac{3}{14}$ —⑥ がなりたつ

$\sqrt{13}$ の整数部分は $\overset{ケ}{\boxed{3}}$ であり

②⑥より $\dfrac{1}{5}+7<a+7<\dfrac{3}{14}+7$ だから

$\dfrac{36}{5}<2\sqrt{13}<\dfrac{101}{14}$ だから

$3.6=\dfrac{18}{5}<\sqrt{13}<\dfrac{101}{28}<3.607$

$$\begin{array}{r} 3.607 \\ 28\,\overline{)\,101} \\ 84 \\ \hline 170 \\ 168 \\ \hline 200 \\ 196 \end{array}$$

よって $\sqrt{13}$ の小数第1位の数は $\boxed{6}$ コ

小数第2位の数は $\boxed{0}$ サ

解答記号	正解	配点
ア	7	2
イウ	73	2
エオカ	−56	2
キク	14	2
ケコサ	360	2

10点

[2]

(1) $a=4,\ b=5$ のとき　$A=\{4,8\}$
$B=\{5\}$
よって $A\cup B=\{\boxed{4},\boxed{5},\boxed{8}\}$
シ ス セ

(2) $a=2,\ b=3$ のとき　$A=\{2,4,6,8\}$
$B=\{3,6,9\}$
よって $A\cap\overline{B}=\{\boxed{2},\boxed{4},\boxed{8}\}$
ソ タ チ

(3) $a<b<c<d$ のとき

(i) $a=2,\ b=3$ なら　$A=\{2,4,6,8\}$
$B=\{3,6,9\}$
よって $A\cup B=\{2,3,4,6,8,9\}$ であり
5, 7 が要素にないので $c=\boxed{5},\ d=\boxed{7}$ とすると
ツ テ
$C=\{5\},\ D=\{7\}$ となって
$\overline{C\cap D}$ は $A\cup B$ と一致する

(ii) $A\cup B\cup C\cup D=U$ がなりたつのは $a=\boxed{2},\ b=\boxed{3},\ c=\boxed{5},\ d=\boxed{7}$ のときである
ト ナ ニ ヌ

(iii) $a=2$ のとき $A=\{2,4,6,8\}$ であるから
$a=2 \Rightarrow \{2,6,8\}\subset A\cup B\cup C$ はなりたつ
逆に $\{2,6,8\}\subset A\cup B\cup C$ であるとすると A に 2 が含まれていなければ
いけないので $a=2$ である
よって $a=2 \Leftrightarrow \{2,6,8\}\subset A\cup B\cup C$ がなりたち
$\boxed{\text{必要十分条件}}$ となる
$\boxed{ネ}$ は ②

また $b=6 \Rightarrow \{2,6,8\}\subset A\cup B\cup C$ は必ずしもなりたたない
反例 $(a,b,c)=(3,6,9)$

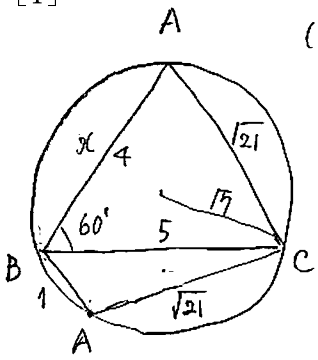
$\{2,6,8\}\subset A\cup B\cup C \Rightarrow b=6$ も必ずしもなりたたない
反例 $(a,b,c)=(2,3,4)$

よって $\boxed{\text{必要条件でも十分条件でもない}}$
$\boxed{ノ}$ は ③

解答記号	正解	配点
シスセ	458	2
ソタチ	248	2
ツテ	57	2
トナニヌ	2357	2
ネ	2	1
ノ	3	1

10点

第2問［1］



(1) 正弦定理より $2\sqrt{7}=\dfrac{AC}{\sin 60^\circ}$ だから

$$AC=2\sqrt{7}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{\boxed{21}}$$

アイ

また AB = x とすると

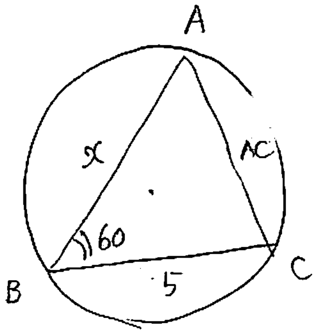
$$(\sqrt{21})^2=x^2+5^2-2\times5\times x\times\cos 60^\circ \text{から}$$

$$x^2-5x+4=0$$

$$(x-1)(x-4)=0$$

よって $AB=\boxed{1},\boxed{4}$

ウ　エ



(2) $2R=\dfrac{AC}{\sin 60^\circ}$ より

$$R=\frac{AC}{2\times\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}AC$$ よって $AC^2=3R^2$

また 余弦定理より AB = x とすると

$$AC^2=5^2+x^2-2\times5\times x\times\cos 60^\circ \text{より}$$

$$x^2-5x+25-AC^2=0$$

$$x^2-5x+25-3R^2=0$$

これが重解のとき x はただ1つなので

$$(-5)^2-4(25-3R^2)=0 \text{ より}$$

$$25-100+12R^2=0$$

$$R^2=\frac{75}{12}=\frac{25}{4}$$ よって $R=\boxed{\dfrac{5}{2}}$ オ カ

またこの解を α, β とすると $\alpha\beta\leqq0$ であれば

正の解は1つだから $25-3R^2\leqq0$ より

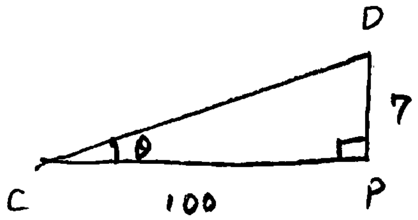
$$R^2\geqq\frac{25}{3}$$

よって $R\geqq\dfrac{5}{\sqrt{3}}=\boxed{\dfrac{5\sqrt{3}}{3}}$ キク ケ

解答記号	正解	配点
アイ	21	2
ウエ	14 or 41	3
オカ	52	2
キクケ	533	3

10点

［2］



$\angle DCP = \theta$ とすると

$\tan\theta = \dfrac{7}{100}$

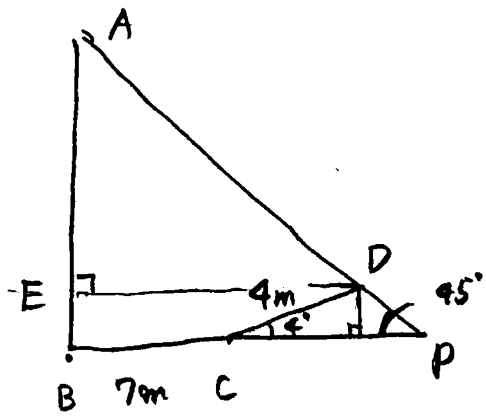
$\tan 4^\circ = 0.0699$

$\tan 5^\circ = 0.0875$ より $\tan 4^\circ < \tan\theta < \tan 5^\circ$

よって $4^\circ < \angle DCP < 5^\circ$ となるので

$n = \boxed{4}$ コ

以下 $\angle DCP$ の大きさが 4° とすると



$BE = CD \sin\angle DCP$

$= \boxed{4} \times \boxed{\sin\angle DCP}$

サ　$\boxed{シ}$ は ⓪

$DE = \boxed{7} + \boxed{4} \times \boxed{\cos\angle DCP}$

ス　セ　$\boxed{ソ}$ は ②

よって電柱の高さは

$BE + AE = BE + DE$

$= 4\sin\angle DCP + 7 + 4\cos\angle DCP$

$= 4\sin 4^\circ + 7 + 4\cos 4^\circ$

$= 7 + 4(0.0698 + 0.9976)$

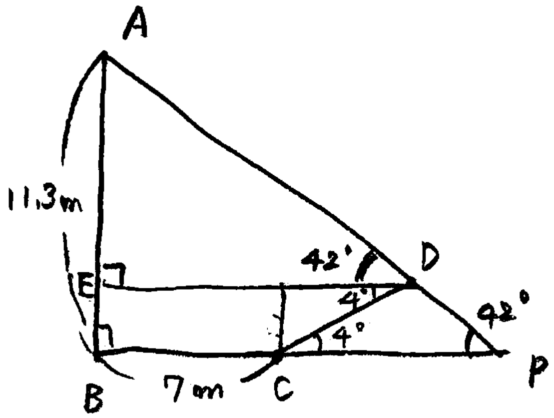
$= 7 + 4 \times 1.0674$

$= 7 + 4.2696$

$= 11.2696$

ゆえに約 $\boxed{11.3}$ m

$\boxed{タ}$ は ③



$$\frac{AB}{BP} = \tan 42^\circ$$

また $\frac{AE}{DE} = \tan 42^\circ$ より

$$AE = DE \tan 42^\circ$$

よって $11.3 - CD\sin 4^\circ = (CD\cos 4^\circ + 7)\tan 42^\circ$ より

$$CD(\cos 4^\circ \times \tan 42^\circ + \sin 4^\circ) = 11.3 - 7 \times \tan 42^\circ$$

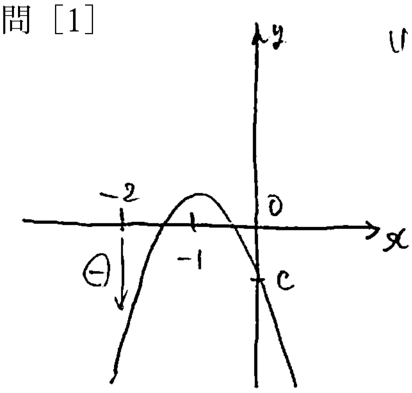
ゆえに $CD = \dfrac{AB - \boxed{7} \times \overset{チ}{\boxed{\tan 42^\circ}}}{\boxed{\sin 4^\circ} + \boxed{\cos 4^\circ} \times \tan 42^\circ}$　ツ は5

テ は0　ト は1

解答記号	正解	配点
コ	4	4
サシ	40	4
スセソ	742	4
タ	3	4
チツテト	7501	4

20点

第3問［1］



(1) $y=f(x)=ax^2+bx+c$ で

グラフは上に凸より $a\boxed{<}0$

$\boxed{ア}$ は 0

軸 $x=-\dfrac{b}{2a}<0$ であり $a<0$ より $b\boxed{<}0$

$\boxed{イ}$ も 0

$f(0)=c\boxed{<}0$

$\boxed{ウ}$ も 0

$\boxed{エ}$ は 2

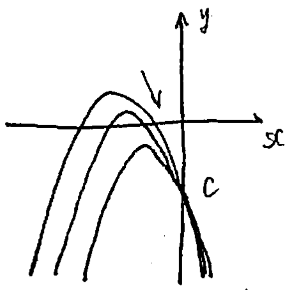
x軸と異なる2点で交わっているので $b^2-4ac\boxed{>}0$

$f(-2)=4a-2b+c\boxed{<}0$　　$f(-1)=a-b+c\boxed{>}0$ となっている

$\boxed{オ}$ も 0　　$\boxed{カ}$ は 2

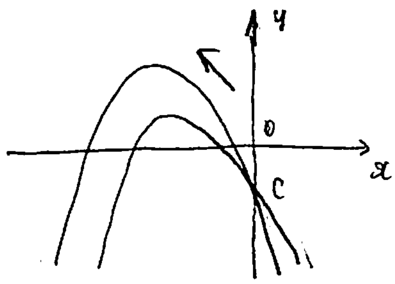
(2) Aで a だけ減少させると　軸 $x=-\dfrac{b}{2a}$ は負の値をとりながら0に近づく

$D=b^2-4ac$ の値は $c<0$ であることから減少



Bで b だけ減少させると　軸 $x=-\dfrac{b}{2a}$ は負の方向に移動

$D=b^2-4ac$ の値は $b<0$ であることから増加

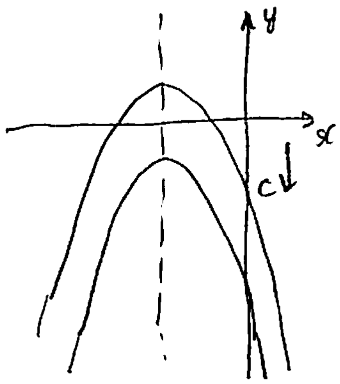


解答記号	正解	配点
ア	0	1
イ	0	2
ウ	0	1
エ	2	2
オカ	02	2
キ	5	4
ク	0	3

15点

Cで c だけ減少させると　軸は同じ

y軸負の方向に平行移動する



よって $f(x)<0$ の解がすべての実数となるのは

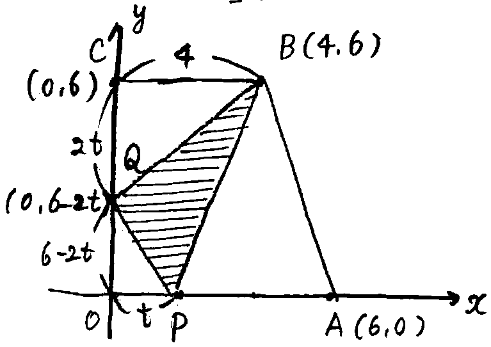
$\boxed{\text{操作AとCのみ}}$ よって $\boxed{キ}$ は 5

$f(x)=0$ が異なる2つ正の値をとることはない

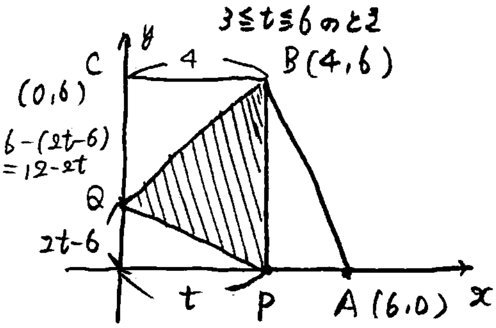
よって $\boxed{ク}$ は 0

[2]

$0 \leqq t \leqq 3$ のとき



$3 \leqq t \leqq 6$ のとき

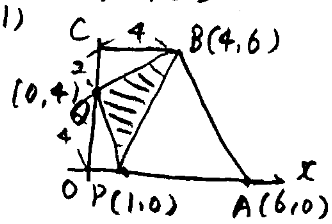


解答記号	正解	配点
ケ	9	3
コ	8	3
サシ	12	2
ス	8	1
セソ	13	2
タチツ	332	4
		15点

t 秒後の P の位置は $(t, 0)$

Q の位置は $\begin{cases} (0,\ 6-2t) & (0 \leqq t \leqq 3) \\ (0,\ 2(t-3)) & (3 \leqq t \leqq 6) \end{cases}$

(1) $t=1$ なら



△PBQ の面積は

$\frac{1}{2}(1+4)\times 6 - \frac{1}{2}\times 2\times 4 - \frac{1}{2}\times 1\times 4$

$= \frac{1}{2}(30-8-4)$

$= \frac{18}{2} = \boxed{9}$ ケ

(2) △PBQ の面積を S とすると

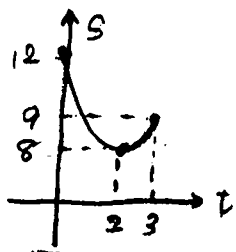
$0 \leqq t \leqq 3$ のとき

$S = \frac{1}{\cancel{2}}(t+4)\times \overset{3}{\cancel{6}} - \frac{1}{2}\times 2t\times 4 - \frac{1}{2}\times t\times (6-2t)$

$= 3t+12-4t-t(3-t)$

$= t^2-4t+12$

$= (t-2)^2+8$



よって面積の最小値は $\boxed{8}$ コ

最大値は $\boxed{12}$ サシ となる

(3) $3 \leqq t \leqq 6$ のとき

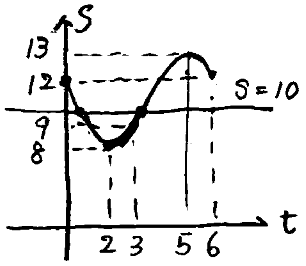
$S = \frac{1}{2}(4+t)\times 6 - \frac{1}{2}\times t(2t-6) - \frac{1}{2}\times 4(12-2t)$

$= 3(4+t) - t(t-3) - 2(12-2t)$

$= -t^2+10t-12$

$= -(t-5)^2+13$　よって 面積の最大値は 13

最小値は 9



以上のことから $0 \leqq t \leqq 6$ のとき 面積の最大値は $\boxed{13}$ セソ

最小値は $\boxed{8}$ ス

(4) (i) $0 \leqq t \leqq 3$ のとき

$S \leqq 10$ とくと

$(t-2)^2+8 \leqq 10$ より

$(t-2)^2-2 \leqq 0$

$(t-2-\sqrt{2})(t-2+\sqrt{2}) \leqq 0$

よって $2-\sqrt{2} \leqq t \leqq 2+\sqrt{2}$ で

$0 \leqq t \leqq 3$ より $2-\sqrt{2} \leqq t \leqq 3$ －①

(ii) $3 \leqq t \leqq 6$ のとき

$S \leqq 10$ とくと

$-(t-5)^2+13 \leqq 10$ より

$(t-5)^2-3 \geqq 0$

$(t-5+\sqrt{3})(t-5-\sqrt{3}) \geqq 0$

$t \leqq 5-\sqrt{3},\ 5+\sqrt{3} \leqq t$

$3 \leqq t \leqq 6$ より　$3 \leqq t \leqq 5-\sqrt{3}$ －②

①②より $(5-\sqrt{3})-(2-\sqrt{2}) = \overset{タ}{\boxed{3}} - \overset{チ}{\sqrt{\boxed{3}}} + \overset{ツ}{\sqrt{\boxed{2}}}$ (秒) となる

解答記号	正解	配点
ア	6	1
イウ	18	1
エ	8	2
オ	6	2
カ	4	2
キ	0	2
クケコ	351	2
サ	1	2
シ	1	3
ス	7	3

20点

第4問

(1)

(i)

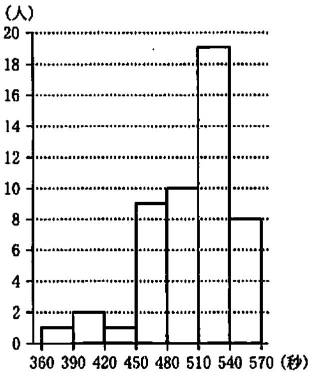


図1　Aのヒストグラム

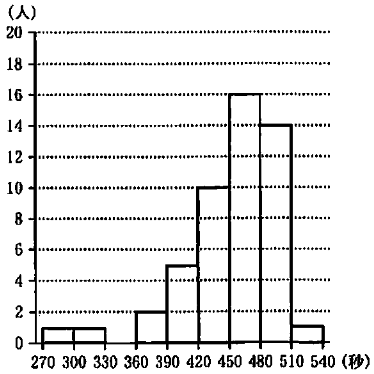


図2　Bのヒストグラム

ベストタイムが420秒未満の選手の割合はAでは $\boxed{ア}$ 6 %であり，Bでは $\boxed{イウ}$ 18 %である。

図1からAの最頻値は階級 $\boxed{エ}$ 8 の階級値である。また，図2からBの中央値が含まれる階級は $\boxed{オ}$ 6 である。

420秒未満はAでは $\frac{3}{50} = \frac{6}{100}$ より $\boxed{6}$ % (ア)

Bでは $\frac{9}{50} = \frac{18}{100}$ より $\boxed{18}$ %

Aの最頻値は 510−540 $\boxed{エ}$ は⑧

Bの最頻値は 450−480 $\boxed{オ}$ は⑥

(ii)

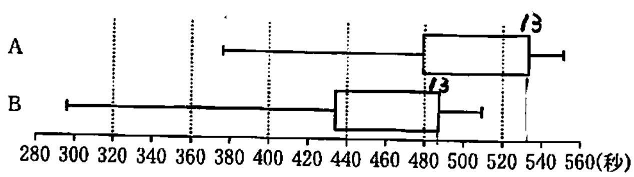
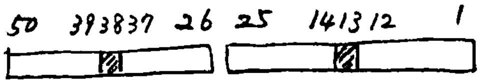


図3　AとBの箱ひげ図



BとAの13番目のタイム差は

おおむね 530 − 485 = $\boxed{45}$

$\boxed{カ}$ は④

Aの四分位範囲はおよそ 530 − 480 = 50

Bの四分位範囲はおよそ 485 − 435 = 50

よってその差は $\boxed{0以上20未満}$ $\boxed{キ}$ は⓪

(iii)

表1　1位の選手のベストタイム，平均値，標準偏差

データ	1位の選手のベストタイム	平均値	標準偏差
A	376	504	40
B	296	454	45

Bの1位の選手のベストタイムに対するzの値は

$296 = 454 + z \times 45$ より

$z = \frac{296-454}{45} = -\frac{158}{45} \fallingdotseq -\boxed{3.51}$ (クケコ)

$45 \overline{)158}$ = 3.511：135, 230, 225, 50, 45, 50

同じくAでは　$376 = 504 + z \times 40$ より

$z = \frac{376-504}{40} = -\frac{128}{40} = -3.2$

$40 \overline{)128}$ = 3.2：120, 80

よって ベストタイムはBが速く、zもBが優れているので $\boxed{サ}$ は①

(2)

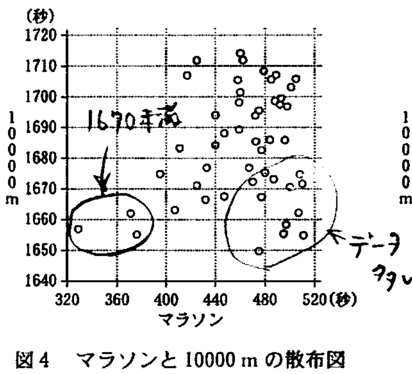


図4　マラソンと10000 mの散布図

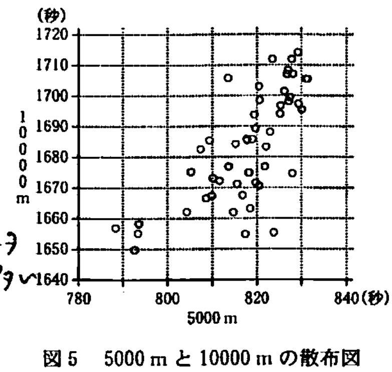


図5　5000 mと10000 mの散布図

(i) マラソンの3番目までの人は10000mが1670秒未満は正しいので(a)は正

マラソンと10000mの方は右下にデータが多いので相関は弱いので(b)は誤

よって $\boxed{シ}$ は①

(ii) 5000mと10000mの相関係数は

$\frac{131.8}{10.3 \times 17.9} = \boxed{0.71}$

$\boxed{ス}$ は⑦

179 × 103 = 537, 179, 18437

$1843 \overline{)13180}$ = 0.71：12901, 2790