

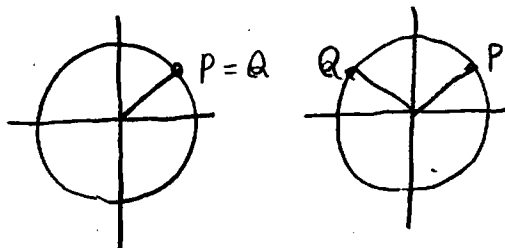
(1) (i) $\sin(\theta + \frac{\pi}{6}) = \sin 2\theta$ ① $\alpha = \theta + \frac{\pi}{6}, \beta = 2\theta$ とおくと

$\sin \alpha = \sin \beta$ ②, とする

$\alpha = \beta$ のとき $\theta + \frac{\pi}{6} = 2\theta$ より $\theta = \frac{\pi}{6}$

また $\theta = \frac{\pi}{6}$ のとき $\sin(\theta + \frac{\pi}{6}) = \sin 2\theta = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ である

(ii) ②がなりたつとき、P, Qのy座標は等しいので ①は②が正しい



①の解答群

- ① 点Pと点Qは同じ点である。
- ① 点Pのx座標と、点Qのx座標が等しい。
- ② 点Pのy座標と、点Qのy座標が等しい。
- ③ 点Pと点Qは、原点Oに関して対称である。

(iii) $\theta \neq \frac{\pi}{6}$ のとき $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ なら $(\frac{\pi}{6} \leq \theta + \frac{\pi}{6} \leq \frac{4}{6}\pi, 0 \leq 2\theta \leq \pi)$ $\frac{\pi}{6} \leq \alpha + \beta \leq \frac{5}{3}\pi$

ゆえに $\alpha + \beta = \pi$ ①は②

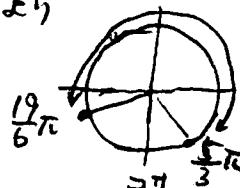
よって $\theta + \frac{\pi}{6} + 2\theta = \pi$ より $3\theta = \frac{5}{6}\pi$ よって $\theta = \frac{5}{18}\pi$ とする

$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ なら $\frac{4}{6}\pi < \theta + \frac{\pi}{6} < \frac{7}{6}\pi, \pi < 2\theta < 2\pi$ より

$\frac{5}{3}\pi < \alpha + \beta < \frac{19}{6}\pi$

よって $\alpha + \beta = 3\pi$ ①は⑥ より

$\theta + \frac{\pi}{6} + 2\theta = 3\pi$ したがって $3\theta = \frac{17}{6}\pi$ よって $\theta = \frac{17}{18}\pi$ シス



以上より $\sin(\theta + \frac{\pi}{6}) = \sin 2\theta$ ($0 \leq \theta < \pi$) の解は

$\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{18}\pi, \frac{17}{18}\pi$ とする

(2) $0 \leq \theta < \pi$ のとき $\cos(\theta + \frac{\pi}{6}) = \cos 2\theta$ の解は

$\left\{ \begin{array}{l} \theta + \frac{\pi}{6} = 2\theta + 2m\pi \quad (m \text{ は整数}) \\ \theta + \frac{\pi}{6} = -2\theta + 2n\pi \quad (n \text{ は整数}) \end{array} \right.$ または

$\theta = \frac{\pi}{6} - 2m\pi$, または $3\theta = \frac{12n-1}{6}\pi$

よって $\theta = \frac{\pi}{6} - 2m\pi, \frac{12n-1}{18}\pi$ (m, n 整数)

ゆえに $0 \leq \theta < \pi$ とすると

$\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{11}{18}\pi$ とする

解答記号	正解	配点
A1ウ	632	2
E	2	3
オカキ7	2518	3
クサシ	61718	3
セ	6	1
ソサツ	1118	3
		15点

(1)

0	1	2	3	6	9
17.2		22.7		30.0	39.6
$\times r \times r \times r$			$\times r^3$	$\times r^3$	

$$r \text{ は } \boxed{r^3} = 1.32 \text{ である}$$

$$\boxed{7} \text{ は } \textcircled{3}$$

$$\log_{10} 1.32 = \boxed{0.1206} \quad \boxed{1} \text{ は } \textcircled{1} \text{ である}$$

$$\log_{10} r^3 = \log_{10} 1.32 \text{ より}$$

$$3 \log_{10} r = 0.1206$$

$$\therefore \log_{10} r = 0.\boxed{0402}$$

ウエカ

(2)

0	14
1a	60
r^{14}	

$$14 \text{ 日目には } a \boxed{r^{14}} = \boxed{60} \text{ である}$$

$$\boxed{7} \text{ は } \textcircled{3} \text{ である}$$

両辺正より常用対数をとると

$$\log_{10} ar^{14} = \log_{10} 60 \text{ より}$$

$$\log_{10} a + 14 \log_{10} r = \log_{10} 6 + \log_{10} 10 \text{ である}$$

$$\log_{10} a = -14 \times 0.0402 + 0.7782 + 1$$

$$= -0.5628 + 1.7782$$

$$= \boxed{1.2154}$$

$$\boxed{3} \text{ は } \textcircled{3}$$

常用対数表から $\log_{10} 1.64 = 0.2148$

$$\log_{10} 1.65 = 0.2175 \text{ である}$$

$$\log_{10} a = 1 + 0.2154$$

$$= \log_{10} 10 + 0.2154 \text{ より}$$

$$\log_{10} 10 + \log_{10} 1.64 < \log_{10} a < \log_{10} 10 + \log_{10} 1.65$$

$$\therefore \log_{10} 16.4 < \log_{10} a < \log_{10} 16.5 \text{ より}$$

$$\text{底}_{10} \text{ は } 1 \text{ より大きいから } 16.4 < a < 16.5$$

ゆえに a 以下で最大の整数は $\boxed{16}$ となる

サシ

解答記号	正解	配点
ア	3	3
イ	1	2
ウエカ	0402	2
キクケ	360	2
コ	3	3
サシ	16	3

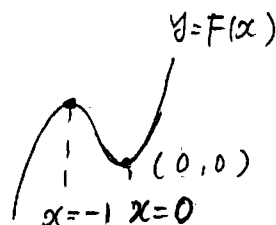
15点

$$\begin{array}{r} 0.0402 \\ \times 14 \\ \hline 1608 \\ 402 \\ \hline 0.5628 \\ \hline 1.7782 \\ - 0.5628 \\ \hline 1.2154 \end{array}$$

(1) $F(x) = 2x^3 + 3x^2$ のとき

$$f(x) = F'(x) = \boxed{6}x^2 + \boxed{6}x = 6x(x+1)$$

よって $x = \boxed{-1}$ で極大値をとる
ウエ



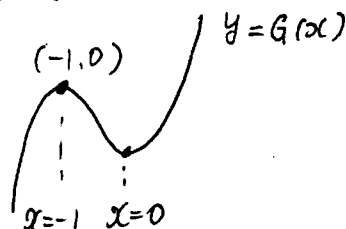
また $G(x) = \boxed{2}x^3 + \boxed{3}x^2 + C$ (C は積分定数) とする

$G(x)$ は $x = -1$ で極大値をとるから

$$G(-1) = 0 \text{ より}$$

$$G(-1) = -2 + 3 + C = 0 \text{ より } C = \boxed{-1}$$

また $G(x)$ は $x = \boxed{0}$ で極小値をとる
キ

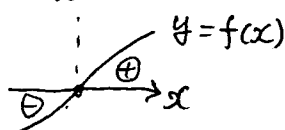
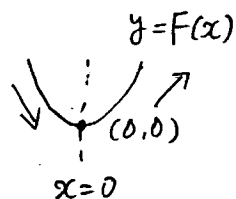


(2) $k > 0$ のとき

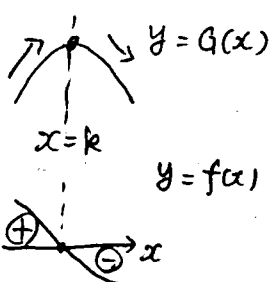
(i) $F(x)$ が $x=0$ で極小値をとることから

$$f(0) = \boxed{0} \text{ であり}$$

$x=0$ の前後で $f(x)$ の符号は 負から正にかわる
マは②



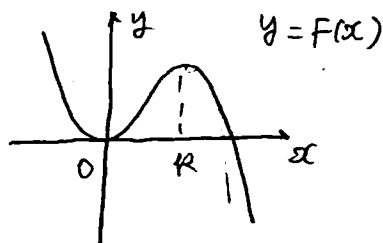
$G(x)$ が $x=k$ で極大値をとることから



$$f(k) = \boxed{0} \text{ であり}$$

$x=k$ の前後で $f(x)$ の符号は 正から負にかわる
ヌは①

$k > 0$ より $y = F(x)$ のグラフは下のようになる。セは③

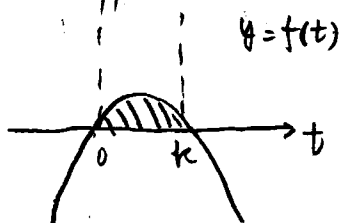


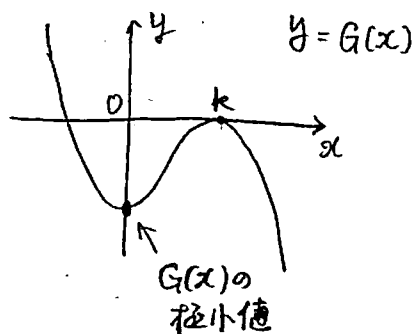
(ii) また $F'(0) = f(0) = 0$; $F'(x) = f(x)$ より

$$F(x) = \int_{\boxed{0}}^{\boxed{x}} f(t) dt \text{ かなりにつ}$$

また $F(x)$ の極大値は $F(k)$ であるから $F(k) = \int_{\boxed{0}}^{\boxed{k}} f(t) dt$
チは②
リは②

よって $y = \boxed{f(x)}$ と x 軸で囲まれた面積と等しい
ヘは①
トは②





また $G(x)$ は左のようになり

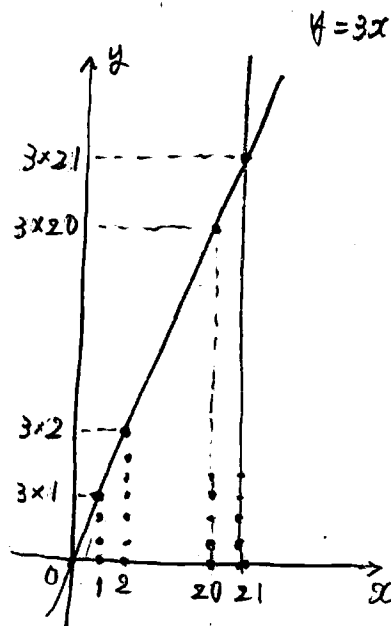
$F(x)$ の極大値は $G(x)$ の 極小値の -1 倍

ナ は 2

と等しい

解答記号	正解	配点
アイ	66	2
ウエ	-1	2
オカ	23	2
キ	0	2
クケ	-1	1
コサ	00	1
シス	01	1
セ	3	2
ソタ	30	2
チツ	20	2
テト	00	2
ナ	2	3

22点



(1) $1 \leq n \leq 20$ のとき $x=n$ 上の格子点のうち T の内部にあるものの個数は $a_n = 3n - 1$ より

$$a_2 = 3 \times 2 - 1 = \boxed{5} \text{ 個}$$

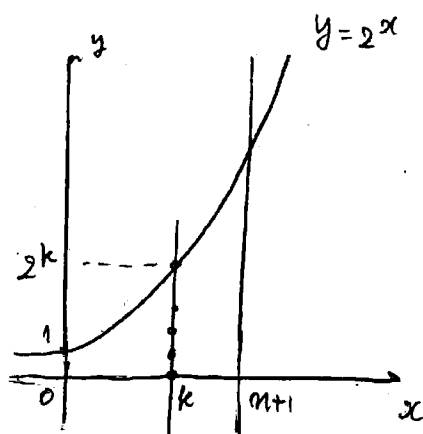
$$a_3 = 3 \times 3 - 1 = \boxed{8} \text{ 個 となる}$$

$\{a_n\}$ は 公差 が 3 の 等差数列 となる

ア は 0 エ オ は 0

よって、その総数は

$$\sum_{k=1}^{20} (3k-1) = 3 \times \frac{20 \times 21}{2} - 20 = \boxed{610} \text{ カキ}$$



(2) $x=k$ 上での格子点の個数は

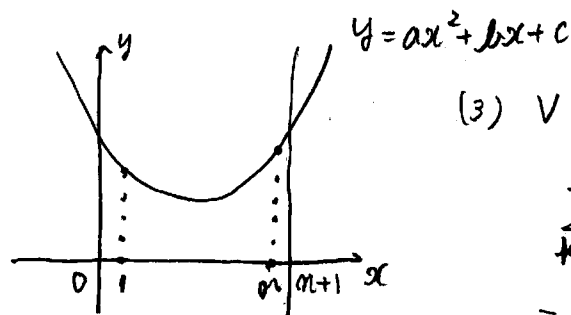
$$\boxed{2^k - 1} \text{ 個}$$

ケ は 7

よって U の内部の格子点の総数は

$$\sum_{k=1}^n (2^k - 1) = \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} - n$$

$$= \boxed{2^{n+1} - n - 2} \text{ カ は 7}$$



(3) V の内部の格子点の個数が n^3 のとき

$$\sum_{k=1}^n (ak^2+bk+c-1)$$

$$= a \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + b \times \frac{n(n+1)}{2} + (c-1)n$$

$$= \frac{a(2n^3+3n^2+n) + 3b(n^2+n) + 6(c-1)n}{6}$$

$$= \frac{1}{3}an^3 + \frac{3a+3b}{6}n^2 + \frac{a+3b+6(c-1)}{6}n$$

$= n^3$ であるから

$$\frac{1}{3}a = 1 \text{ より } a = \boxed{3}$$

$$3a+3b=0 \text{ より } b = -a = \boxed{-3}$$

$$a+3b+6(c-1)=0 \text{ より}$$

$$3-9+6c-6=0$$

$$6c=12$$

$$\text{よって } c = \boxed{2}$$

解答記号	正解	配点
ア	58	2
ウ	030	2
カ	610	3
ケ	7	2
コ	1	2
サ	7	2
シ	3-32	3

16点

(1) レモンの重さ X は正規分布 $N(110, 20^2)$ に従うから

$$Z = \frac{X - 110}{20} \text{ は標準正規分布 } N(0, 1^2) \text{ に従う}$$

$$\text{よって } P(110 \leq X \leq 140) = P\left(\frac{110 - 110}{20} \leq Z \leq \frac{140 - 110}{20}\right)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 1.5) \text{ より}$$

正規分布表から 0.4332 となる
アイウエ

また L サイズ 110g 以上 140g 未満のレモンを 20 万個からえらぶ個数 Y は

二項分布 $B(200000, 0.4332)$ に従うので

$$Y \text{ の平均 (期待値) は } 200000 \times 0.4332$$

$$= 86640 \text{ となる}$$

オは ④

$$\begin{array}{r} 0.4332 \\ \times 200000 \\ \hline 86640000 \end{array}$$

(2) 母集団の平均 m g 標準偏差を σ g とするとき

この中から n 個のレモンをとったときの標本平均 $\bar{w} = \frac{1}{n}(w_1 + \dots + w_n)$ は

正規分布 $N\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ に従う

カは ⑥

m に対する信頼度 95% の信頼区間 $A \leq m \leq B$ は

$$B - A = 2 \times 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{3.92\sigma}{\sqrt{n}} \text{ キは ⑤ となる}$$

$$\sigma = 20 \text{ とすると } \frac{3.92 \times 20}{\sqrt{n}} \leq 4 \text{ をとくと}$$

$$\sqrt{n} \geq \frac{3.92 \times 20}{4} = 19.6$$

$$\text{よって } n \geq 19.6^2 \text{ より}$$

$$n \geq 384.16$$

ゆえに求める最小の n は $n = 385$ となる

$$\begin{array}{r} 19.6 \\ \times 19.6 \\ \hline 1176 \\ 1764 \\ 196 \\ \hline 384.16 \end{array}$$

(3) Q地域でも平均110gであると仮定する(帰無仮説)と。

対立仮説は「 $\mu < 110$ 」である [サ] は ①

帰無仮説が正しいと仮定すると標本数400は十分大きいので

標本平均 $\bar{W}$ は正規分布 $N(110, \frac{20^2}{400})$ に従う。 [シ] は ⑤

無作為抽出した400個の重さの平均は108.2g なら

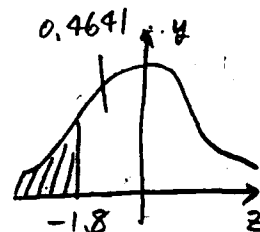
$$P(\bar{W} \leq 108.2) = P\left(Z \leq \frac{108.2 - 110}{\frac{20}{\sqrt{400}}}\right)$$

$$= P(Z \leq -1.8)$$

$$= 0.5 - 0.4641$$

$$= 0.0359$$

スセツタ



これは5%より [小さいから] 帰無仮説は棄却され [ア] は ①

レモンの重さの母平均は110gより軽いと [判断できる] [イ] は ①

解答記号	正解	配点
アイウエ	4332	2
オ	4	2
カ	6	1
キ	5	2
クケコ	385	3
サ	0	1
シ	5	1
スセツタ	0359	2
チツ	10	2

16点

(チツはスセツタが正解のときのみ)
得点する

(1) $C(x, y, z)$ とする

$$|\vec{OC}|^2 = \boxed{1} \text{ だから}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad \text{--- ①}$$

$\triangle ABC$ が正三角形のとき

$\triangle OAC \equiv \triangle OAB$ であるから

$$\vec{OA} \cdot \vec{OC} = \boxed{\vec{OA} \cdot \vec{OB}} \quad \boxed{1} \text{ は } \textcircled{4}$$

$$\therefore (1, 0, 0) \cdot (x, y, z) = (1, 0, 0) \cdot (a, \sqrt{1-a^2}, 0) \text{ より}$$

$$x = \boxed{a} \quad \boxed{1} \text{ は } \textcircled{0} \quad \text{--- ②}$$

また $\triangle OBC \equiv \triangle OAB$ より $\vec{OB} \cdot \vec{OC} = \vec{OA} \cdot \vec{OB}$ だから

$$(a, \sqrt{1-a^2}, 0) \cdot (x, y, z) = (1, 0, 0) \cdot (a, \sqrt{1-a^2}, 0) \text{ より}$$

$$\boxed{a}x + \boxed{\sqrt{1-a^2}}y = \boxed{a} \quad \text{と } \textcircled{3}$$

$$\boxed{1} \text{ は } \textcircled{0} \quad \boxed{1} \text{ は } \textcircled{5}$$

$$(2) \quad a = \frac{3}{5} \text{ のとき } \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad \text{--- ①} \\ x = \boxed{\frac{3}{5}} \quad \text{--- ②'} \\ \frac{3}{5}x + \sqrt{1 - \frac{9}{25}}y = \frac{3}{5} \quad \text{--- ③'} \end{array} \right. \text{ であり}$$

$$\textcircled{3}' \text{ は } \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y = \frac{3}{5} \text{ より } 3x + 4y = 3$$

$$\textcircled{2}' \text{ を代入して } 3 \times \frac{3}{5} + 4y = 3$$

$$\therefore y = \frac{1}{4} \left(3 - \frac{9}{5} \right) = \frac{1}{4} \times \frac{6}{5} = \boxed{\frac{3}{10}} \text{ かつ}$$

$$\textcircled{1} \text{ より } \frac{9}{25} + \frac{9}{100} + z^2 = 1 \text{ だから } z^2 = 1 - \frac{9}{100} - \frac{36}{100} = \frac{55}{100} \text{ より}$$

$$z = \pm \frac{\sqrt{55}}{10} \text{ となる } C \text{ は } \boxed{\text{5つある} \text{ 2つある}} \quad \boxed{4} \text{ は } \textcircled{2}$$

$$a = -\frac{3}{5} \text{ のとき } \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad \text{--- ①} \\ x = -\frac{3}{5} \quad \text{--- ②''} \\ -\frac{3}{5}x + \sqrt{1 - \frac{9}{25}}y = -\frac{3}{5} \quad \text{--- ③''} \end{array} \right. \text{ より}$$

$$\frac{9}{25}x + \frac{4}{5}y = -\frac{3}{5}$$

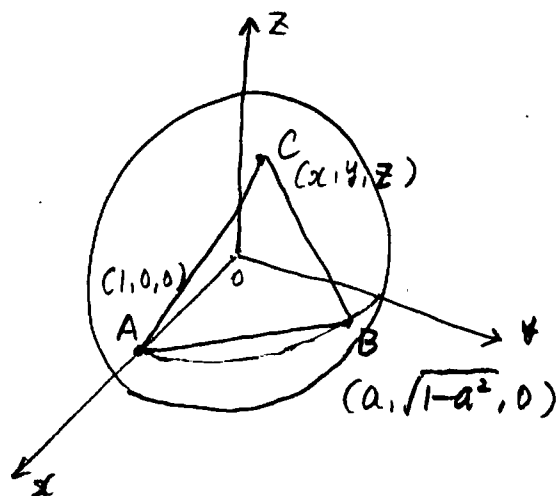
$$x = -\frac{3}{5} \text{ より } -\frac{27}{125} + \frac{4}{5}y = -\frac{3}{5} \text{ だから}$$

$$y = \frac{5}{4} \left(-\frac{27}{125} + \frac{3}{5} \right) = \frac{5}{4} \times \frac{27+75}{125} = \frac{102}{4 \times 25} = \frac{51}{50}$$

$$\boxed{1} \text{ は } \textcircled{0}$$

$$\therefore z^2 = 1 - x^2 - y^2 = 1 - \frac{9}{25} - \frac{2601}{2500} = \frac{2500 - 900 - 2601}{2500} < 0 \text{ より}$$

$$\boxed{\text{解なし}}$$



(3) 実数 x, y, z が

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 & \text{--- ①} \\ x = a & \text{--- ②} \\ ax + \sqrt{1-a^2}y = a & \text{--- ③} \end{cases} \quad \text{をみたすとき}$$

②③から $a^2 + \sqrt{1-a^2}y = a$ より

$$y = \frac{a(1-a)}{\sqrt{1-a^2}} \quad \text{よって} \quad (但し a \neq \pm 1)$$

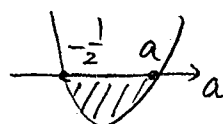
$$\begin{aligned} z^2 &= 1 - x^2 - y^2 = 1 - a^2 - \frac{a^2(1-a)^2}{1-a^2} \\ &= \frac{(1-a^2)^2 - a^2(1-a)^2}{1-a^2} \\ &= \frac{(1-a)^2(1+a)^2 - a^2(1-a)^2}{1-a^2} \\ &= \frac{(1-a)^2(1+2a+a^2-a^2)}{(1+a)(1-a)} \\ &= \frac{(1-a)(1+2a)}{1+a} \quad \boxed{\text{ア}} \text{は ③} \end{aligned}$$

さらに $z^2 > 0, 1+a > 0$ より $(1-a)(1+2a) \geq 0$

よって $(a-1)(2a+1) \leq 0$ より

$$-\frac{1}{2} \leq a \leq 1 \quad \text{となる}$$

但し、 $a \neq \pm 1$ より $-\frac{1}{2} \leq a < 1$ となる $\boxed{\text{セ}} \text{は ④}$



解答記号	正解	配点
ア	1	1
イ	4	2
ウエオ	005	3
カキクケコ	35310	2
サ	2	2
シ	0	2
ス	3	2
セ	4	2

16点

(1) $\alpha = 3+2i$, $\beta = 7$, $r = 7+10i$ のとき $r-\alpha = \overset{\text{P}}{\boxed{4}} + \overset{\text{I}}{\boxed{8}}i$ であるから
 $\beta-\alpha = \overset{\text{U}}{\boxed{4}} - \overset{\text{I}}{\boxed{2}}i$

$$\frac{r-\alpha}{\beta-\alpha} = \frac{4+8i}{4-2i} = \frac{2+4i}{2-i} = \frac{(2+4i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{10i}{5} = \boxed{2i} \quad \boxed{\pi} \text{ は } \textcircled{3}$$

であるから 偏角 $\boxed{\frac{\pi}{2}}$ $\boxed{\text{カ}}$ は $\textcircled{4}$

(2) $w = \frac{r-\alpha}{\beta-\alpha}$ の偏角が $\frac{\pi}{2}$ または $\frac{3}{2}\pi$ のとき $AB \perp AC$ である

このとき w は 純虚数 $\boxed{\text{キ}}$ は $\textcircled{2}$ である

$$w + \overline{w} = \boxed{0} \quad \boxed{\text{ク}}$$
 は $\textcircled{0}$ となる

(3) z は $0, 2, -2$ でないとき

(i). $\alpha = z$, $\beta = 2$, $r = \frac{4}{z}$ なら

$$\frac{r-\alpha}{\beta-\alpha} = \frac{\frac{4}{z} - z}{2-z} = \frac{4-z^2}{z(2-z)} = \frac{2+z}{z} = 1 + \frac{2}{z} \quad \text{より}$$

$AB \perp AC$ なら $1 + \frac{2}{z}$ が 純虚数 より

$$\left(1 + \frac{2}{z}\right) + \overline{\left(1 + \frac{2}{z}\right)} = 0 \quad \text{だから}$$

$$2 + \frac{2}{z} + \frac{2}{\bar{z}} = 0 \quad \text{より}$$

$$z\bar{z} + \bar{z} + z = 0$$

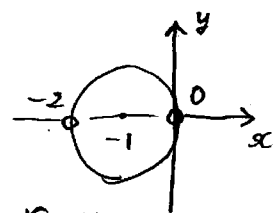
$$(z+1)(\bar{z}+1) = 1$$

$$|z+1|^2 = 1$$

よって $\boxed{|z+1|=1}$ となる
 $\boxed{\text{ケ}}$ は $\textcircled{6}$

中心 -1 , 半径 1 の円周上の $0, -2$ 以外の部分

だから $\boxed{\text{ク}}$ は $\textcircled{0}$



(ii) $\alpha' = -z$, $\beta' = -2$, $r' = -\frac{4}{z}$ なら $\alpha' = -\alpha$, $\beta' = -\beta$, $r' = -r$ より

$$\frac{r'-\alpha'}{\beta'-\alpha'} = \frac{-r+\alpha}{-\beta+\alpha} = \frac{r-\alpha}{\beta-\alpha} \quad \text{だから (i) と同じく } \boxed{\text{サ}}$$
 は $\textcircled{0}$

(iii) $\alpha'' = -z$, $\beta'' = 2$, $r'' = -\frac{4}{z}$ なら $\alpha'' = -\alpha$, $\beta'' = \beta$, $r'' = -r$ より

$$\frac{r''-\alpha''}{\beta''-\alpha''} = \frac{-r+\alpha}{\beta+\alpha} = \frac{r-\alpha}{-\beta-\alpha} = \frac{\frac{4}{z} - z}{-2-z} = \frac{4-z^2}{-z(z+2)} = \frac{2-z}{-z} = 1 - \frac{2}{z}$$

よって $\left(1 - \frac{2}{z}\right) + \overline{\left(1 - \frac{2}{z}\right)} = 0$ より

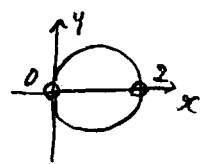
$$2 - \frac{2}{z} - \frac{2}{\bar{z}} = 0 \quad \text{だから}$$

$$z\bar{z} - \bar{z} - z = 0$$

$$(z-1)(\bar{z}-1) = 1$$

ゆえに $|z-1|=1$ より

中心 1 , 半径 1 の円より $\boxed{\text{シ}}$ は $\textcircled{1}$



解答記号	正解	配点
アイウエ	4842	2
オ	3	2
カ	4	2
キク	20	2
ケ	6	2
コ	0	2
サ	0	2
シ	1	2
		16点