

$$(a-1)x^2 - ax + 1 \geq 0 \quad \text{--- ①}$$

(i) $a=1$ のとき ①は $-x+1 \geq 0$ だから

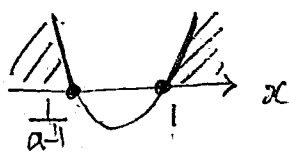
$$\underline{x \leq 1 \text{ が解}}$$

(ii) $a \neq 1$ のとき

①は $\{(a-1)x-1\}(x-1) \geq 0$ ①' と変形できる

$$\begin{pmatrix} a-1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ -a+1 \end{pmatrix}$$

⑦ $a > 1$ なら $y = \{(a-1)x-1\}(x-1)$ のグラフは下のいずれかになる



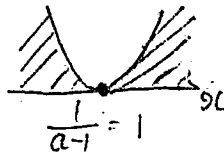
$$\frac{1}{a-1} < 1 \text{ のとき}$$

$a-1 > 0$ より

$1 < a-1$ だから

$2 < a$ のとき

$$\underline{x \leq \frac{1}{a-1}, 1 \leq x \text{ が解}}$$

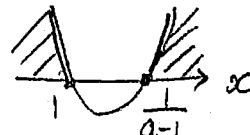


$$\frac{1}{a-1} = 1 \text{ のとき}$$

つまり $a=2$ のとき

すべての実数 x

が解



$$1 < \frac{1}{a-1} \text{ のとき}$$

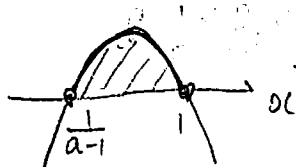
つまり $a-1 > 0$ より

$a-1 < 1$ だから

$1 < a < 2$ のとき

$$\underline{x \leq 1, \frac{1}{a-1} \leq x \text{ が解}}$$

⑧ $a < 1$ なら $y = \{(a-1)x-1\}(x-1)$ のグラフは下のようになる



$$\frac{1}{a-1} < 1 \text{ のとき}$$

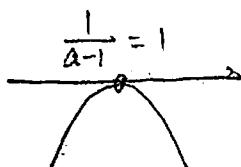
$a-1 < 0$ より

$1 > a-1$ から

$a < 2$

よって $a < 1$ のとき

$$\underline{\frac{1}{a-1} \leq x \leq 1 \text{ が解}}$$

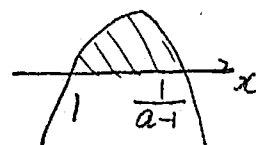


$$\frac{1}{a-1} = 1 \text{ のとき}$$

$a-1 = 1$ より

$a=2$ で

$a < 1$ とならず不適



$$1 < \frac{1}{a-1} \text{ のとき}$$

$a-1 < 0$ より

$a-1 > 1$

よって $a > 2$ とならず

$a < 1$ とならず不適

以上のことから不等式の解は

$$a < 1 \text{ のとき } \underline{\frac{1}{a-1} \leq x \leq 1}$$

$$a = 1 \text{ のとき } \underline{x \leq 1}$$

$$1 < a < 2 \text{ のとき } \underline{x \leq 1, \frac{1}{a-1} \leq x}$$

$$a = 2 \text{ のとき } \underline{\text{すべての実数 } x}$$

$$2 < a \text{ のとき } \underline{x \leq \frac{1}{a-1}, 1 \leq x}$$

となる