

xy 平面において 3 点 $O(0, 0)$, $P(1, 0)$, $Q(\cos \alpha, \sin \alpha)$ を考える. ただし α は $0 < \alpha < \pi$ を満たす実数である. また, $f(\theta) = 2 \cos \theta - 1$ とおく. 次の問いに答えよ.

(1) 点 O と直線 PQ の距離を α の式で表せ.

(2) 次の等式を示せ.

$$f(\theta) \cos \left(\theta - \frac{\alpha}{2} \right) = \cos \frac{\alpha}{2} - 2 \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta - \alpha}{2}$$

(3) 媒介変数 t を用いて $x = f(t) \cos t$, $y = f(t) \sin t$ $\left(0 < t < \frac{\pi}{3} \right)$ と表される曲線を C とする. 曲線 C と直線 PQ は 1 点のみを共有することを示せ. また, その共有点を R とするとき, $\angle POR$ を α の式で表せ. [’25 大阪公立大]